

## ALL'INSEGUIMENTO DELL'ANTIMATERIA TRA FANTASCIENZA E SCIENZA

di Donnizzelli Simone\*, Ginanni Corradini Pignatta Alessia\*, Scalet Edoardo\*, Senese Chiara\*\*, Vada Jacopo\*, Zelinskaya Diana\*

a cura di Lucia Mazzola\*\*\*

*L'appassionato e rigoroso lavoro sperimentale alla scoperta dell'antimateria raccontato dai sei studenti liceali che l'hanno svolto, in rapporto con ricercatori universitari ed entrando in contatto diretto con le tecniche e le metodologie della fisica nucleare.*

\*Studenti classe 5Esa  
Liceo Scientifico  
A. Oriani - Ravenna

\*\*Studenti classe 4A  
Liceo Scientifico  
A. Oriani - Ravenna

\*\*\*Docente di Fisica  
Liceo Scientifico  
A. Oriani - Ravenna

Dopo il successo e l'entusiasmo riscontrati nella scorsa edizione, ho deciso di aderire nuovamente al concorso *ScienzAfirenze*, coinvolgendo sei studenti in un progetto che esplora il sottile ma affascinante punto di incontro tra scienza e universo fantascientifico.

Il tema proposto ha catturato l'interesse di tutti, stimolando riflessioni profonde sul legame tra immaginazione e scoperta scientifica. Nel corso del lavoro, questo legame si è delineato sempre più chiaramente, concretizzandosi nello studio e nell'analisi dell'antimateria, un argomento che unisce rigore scientifico e suggestioni visionarie.

È emerso con forza un concetto fondamentale: la mente scientifica, per essere davvero innovativa, deve possedere una straordinaria capacità immaginativa. La genialità, infatti, risiede nella capacità di concepire idee che vanno oltre l'osservazione diretta dei fenomeni, anticipando scenari che solo in un secondo momento trovano conferma nella realtà. Tuttavia, è importante ricordare che ogni ipotesi, per quanto audace, deve sempre rispettare le leggi della Natura, che rappresentano il confine invalicabile entro cui la scienza opera.

Come affermò Paul Dirac, il fisico che per primo teorizzò l'esistenza dell'antimateria: «Il matematico gioca un gioco in cui egli stesso inventa le regole. Il fisico gioca un gioco in cui le regole sono fornite dalla Natura. Ma, con il passare del tempo, diventa sempre più evidente che le regole che il matematico trova interessanti sono quelle che la Natura ha scelto». Questa citazione ha guidato il nostro percorso, sottolineando come la creatività scientifica non sia in contrasto con il rigore metodologico, ma anzi ne sia un complemento essenziale.

Quello che segue è il resoconto puntuale e documentato del lavoro condotto dagli studenti.



Paul A.M. Dirac



<b>INDICE</b>	<b>pag 3</b>
<b>PREFAZIONE E RINGRAZIAMENTI</b>	<b>pag 4</b>
<b>INTRODUZIONE</b>	<b>pag 5</b>
<b>L'ANTIMATERIA NELL'IMMAGINARIO FANTASCIENTIFICO</b>	<b>pag 6</b>
<b>L'ANTIMATERIA NELLA SCIENZA</b>	<b>pag 9</b>
<b>DIRAC E LA PREVISIONE MATEMATICA DELL'ANTIMATERIA</b>	<b>pag 9</b>
<b>ANDERSON E LA PRIMA EVIDENZA SPERIMENTALE DELL'ANTIMATERIA</b>	<b>pag 14</b>
<b>CENNI TEORICI SULLA TEORIA A BANDE DEI SOLIDI</b>	<b>pag 17</b>
<b>IL GERMANIO: UN SEMICONDUCTORE DALLE PROPRIETA' UNICHE</b>	<b>pag 19</b>
<b>IL NOSTRO ESPERIMENTO</b>	<b>pag 21</b>
<b>SCOPO DELL'ESPERIMENTO</b>	
<b>PREMESSA AL NOSTRO ESPERIMENTO</b>	<b>pag 21</b>
<b>1. DECADIMENTO <math>\beta^+</math> DEL Na-22</b>	
<b>2. FUNZIONAMENTO DI UN RIVELATORE AL GERMANIO (HPGe)</b>	<b>pag 24</b>
<b>METODOLOGIA</b>	<b>pag 28</b>
<b>PROCEDURA DI CALIBRAZIONE</b>	<b>pag 28</b>
<b>Grafici caratteristici del cobalto-60</b>	<b>pag 29</b>
<b>Grafici caratteristici del sodio-22</b>	<b>pag 30</b>
<b>ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI E CONCLUSIONI</b>	<b>pag 32</b>
<b>BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA</b>	<b>pag 41</b>
<b>APPENDICE FOTOGRAFICA</b>	<b>pag 42</b>

## ***PREFAZIONE E RINGRAZIAMENTI***

L'idea di approfondire una tematica apparentemente così lontana dalla nostra quotidianità è nata da un interesse comune per la fantascienza, in particolare dopo la visione del film *Angeli e Demoni*, tratto dall'omonimo bestseller di **Dan Brown**. Nel libro e nel film si racconta di un gruppo di estremisti, gli "Illuminati", che complotano per far saltare in aria il Vaticano utilizzando una bomba di antimateria rubata al CERN. Sebbene l'idea di una bomba di antimateria rasenti la fantascienza e, di fatto, non sia mai stata prodotta una simile arma, l'antimateria di per sé non è affatto fantascienza: è un fenomeno reale e oggetto di studio nella fisica delle particelle. Questo contrasto tra finzione e realtà ci ha spinti a voler esplorare il mondo dell'antimateria, con l'obiettivo iniziale di visitare il CERN per osservare direttamente gli esperimenti in corso.

Dopo aver saputo che la nostra professoressa di fisica aveva ottenuto la possibilità di portarci al CERN grazie alla disponibilità di un docente dell'Università di Milano, abbiamo scoperto che, pur avendo l'opportunità di visitare il centro e la cosiddetta "fabbrica dell'antimateria", non avremmo potuto realizzare un esperimento, neppure semplice, anche con la presenza di un esperto. Ci è stato chiarito che avremmo potuto solo assistere a una spiegazione teorica degli esperimenti, senza la possibilità di interagire direttamente con le apparecchiature o i materiali.

Nonostante questa delusione, non ci siamo arresi e abbiamo valutato la possibilità di condurre un esperimento autonomo nel laboratorio della nostra scuola. Tuttavia, anche questa opzione si è rivelata problematica: il costo di un rivelatore adatto, infatti, si aggira tra i 5000 e i 10.000 euro, una cifra proibitiva per le finanze della nostra scuola, e abbiamo ricevuto il diniego della DSGA. Inoltre, la sola idea di utilizzare materiale anche debolmente radioattivo, seppur con la supervisione di un docente dell'Università di Milano, ha fatto sobbalzare la nostra preside, che, preoccupatissima per le implicazioni legali e di sicurezza, ha espresso un parere contrario.

Proprio in questo momento di difficoltà, la nostra professoressa ci ha messo in contatto con il Laboratorio di Spettroscopia Gamma e Spettroscopia Nucleare del Dipartimento di Fisica dell'Università Statale di Milano, dove siamo stati gentilmente ospitati dai **Professori Marco Giammarchi** e **Franco Camera**, ai quali vanno i nostri più sentiti ringraziamenti.

Qui ci è stata offerta la possibilità di condurre un esperimento particolarmente interessante, che sembrava perfettamente in linea con i nostri interessi. L'esperimento prevedeva l'uso di un rivelatore al germanio, uno strumento avanzato che ci ha dato l'opportunità di entrare in contatto con le tecniche e le metodologie della fisica nucleare, offrendoci un'esperienza pratica e stimolante.



## **INTRODUZIONE**

Il progresso scientifico che ha accompagnato l'evoluzione umana ha reso sempre più labile il confine tra realtà e finzione, tra il realisticamente attuabile e il prodotto delle fantasie più fervide. Le più fulgide conquiste dell'ingegno umano nel campo del sapere, e della ricerca scientifica in particolare, hanno trovato terreno fertile nella capacità prettamente umana di immaginare l'impensabile, nutrendosi di sogni avveniristici attraverso cui presagire l'inesorabile cammino verso l'ignoto. L'indagine della scienza non può prescindere dalla naturale tendenza umana alla curiosità, tratto peculiare che ha sancito la predilezione dell'uomo per la scoperta, e il conseguente avanzamento tecnologico-scientifico costante e incontrovertibile della società. L'uomo non si limita a adattarsi all'ambiente, ma lo trasforma, lo muta, lo plasma assecondando i suoi bisogni e i suoi desideri. La sua sconfinata ambizione non avrebbe potuto tradursi in nulla di concreto senza la sua innata abilità di esulare con la fantasia i confini della realtà. Per questo, agli scienziati che vogliano compiere scoperte rivoluzionarie non è sufficiente lo studio e l'applicazione di formule e teoremi già elaborati e verificati: è necessaria una buona dose di fantasia racchiusa nella camicia di forza delle leggi matematiche, parafrasando una celebre citazione del fisico teorico Richard Feynman.

Alla luce di questo ragionamento, risulta indubitabile il ruolo preminente della letteratura fantascientifica nell'influenzare la scienza. L'universo narrativo ha costituito il principale mezzo di trasmissione del patrimonio conoscitivo fin dagli albori della storia dell'umanità, nonché il principale depositario di idee e invenzioni. Da quando l'uomo imparò a raccontare storie su sé stesso e sull'ambiente che lo circondava, decise di ricorrere alla narrazione come via preferenziale per perseguire l'impossibile e penetrare gli anfratti più reconditi del mondo, alla ricerca di qualcosa che si rivelasse all'altezza della sua immaginazione. Il genere fantascientifico non poteva quindi che rappresentare lo strumento più utile per supportare la scienza e anticiparla, prevederne gli sviluppi nel prossimo o nel lontano futuro. Dalla prima metà del Novecento, la profonda compenetrazione tra scienza e invenzione nella cultura occidentale aveva prodotto un interesse per la narrativa in grado di esplorare l'influenza della tecnologia sulle persone e sulla società (ma chiaramente anche scrittori antecedenti come Jules Verne e H. G. Wells, con le loro invenzioni futuristiche e spedizioni ai confini del mondo, sono ascrivibili al genere). Questa complementarità tra letteratura e scienza ha garantito la fioritura della prima e il progresso della seconda.

## ***L'ANTIMATERIA NELL'IMMAGINARIO FANTASCIENTIFICO***

Un filone narrativo particolarmente interessante è quello sviluppatosi attorno allo studio dell'antimateria, da sempre circondata da un immaginario ammantato da un'aura fantastica e a tratti imperscrutabile. La negazione insita nel nome lascia perplessi: cerca di dare una definizione sulla base di ciò che non è, avvolgendo il suo significato in una nuvola di mistero. Dalla formulazione della teoria che ne descrive le caratteristiche, l'antimateria suscita domande e stimola l'immaginazione. In numerosi romanzi di fantascienza ci si riferisce a essa come a una sostanza misteriosa e terrificante che ha la proprietà di distruggere la materia. Ma il nostro mondo è composto esclusivamente di materia: l'asimmetria tra materia e antimateria, ossia l'assenza apparente di antimateria nell'Universo, è uno dei grandi problemi irrisolti nella fisica delle particelle e nella cosmologia.

In seguito, approfondiremo nel dettaglio l'antimateria e le sue caratteristiche. Per il momento, al fine di rendere chiaro il resoconto fantascientifico che segue, ci limitiamo a darne una spiegazione sommaria. Essa fu ipotizzata per la prima volta da Paul Dirac alla fine degli anni '20. Dirac elaborò una teoria che prevedeva, per ogni particella carica, l'esistenza di una particella di massa uguale ma di carica opposta: la sua antiparticella. Dirac aveva ragione e nel 1932 fu rivelata sperimentalmente l'esistenza dell'antiparticella dell'elettrone, chiamata positrone. Questo fu solo il primo passo per l'identificazione di molte antiparticelle, come, per esempio, l'antiprotone, l'antideuterio e l'antielio. Inoltre, si scoprì che, quando una particella entra in contatto con la sua antiparticella, esse si annichiscono, convertendo tutta la loro massa in energia sotto forma di raggi gamma.

Quando si è cominciato a parlare di antimateria in letteratura? Gli storici della fantascienza attribuiscono a Jack Williamson, uno dei maestri dell'avventura spaziale, il merito di aver usato per primo il concetto di antimateria nelle sue *Seetee stories*, apparse a partire dal 1942 sulla rivista *Astounding Science Fiction* con lo pseudonimo di Will Stewart. Il termine Seetee è la trascrizione fonetica di Ct, ovvero contraterrene: così l'antimateria veniva spesso chiamata dopo che Carl Anderson, nel 1932, aveva identificato il positrone nella radiazione cosmica. Altri esempi di rilievo possono essere forniti da Alfred E. van Vogt, che nel romanzo *The Storm* del 1943 parla di una tempesta cosmica innescata dallo scontro tra una nube di gas di materia ordinaria e una nube di antimateria; James Blish (*Beep*, 1954), il quale si ispira a Dirac per un trasmettitore capace di collegare istantaneamente ogni punto della galassia grazie all'impiego di elettroni e positroni, lo scrittore sovietico Anatolij Dneprov, che abbina universi paralleli e antimateria dapprima in un racconto in *La mummia purpurea* del 1961 e successivamente in un romanzo (*Operazione antimateria*, 1965); Larry Niven, che in *Flatlander* (1967) racconta l'esplorazione di un oggetto di antimateria ai confini del Cosmo; Bob Shaw (*A Wreath of Stars*, 1976, che immagina un intero mondo fatto di antineutrini, fino al sofisticato *Ripples in the Dirac Sea* (1988), che ha fatto vincere il premio Nebula al suo autore, Geoffrey A. Landis, scrittore, inventore e ingegnere della Nasa, impegnato nelle missioni di esplorazione marziana.

Per attingere a opere più recenti, è opportuno annoverare tra i romanzi di più larga diffusione che hanno trattato indirettamente l'antimateria, includendola all'interno delle vicende narrate, "*Angeli e Demoni*" di Dan Brown, pubblicato nel 2000. Nel libro l'antimateria non viene esplorata da un punto di vista scientifico, come invece avviene in altre opere di fantascienza: essa viene utilizzata come un elemento centrale per lo sviluppo dell'intreccio, uno strumento di suspense, un dispositivo narrativo con enormi implicazioni per il mistero che cela.

Il romanzo è un thriller scientifico-religioso che racconta di un'antica setta, gli Illuminati, che vuole distruggere il Vaticano con una bomba di antimateria. La cosa più curiosa e intrigante è che l'antimateria è stata rubata al CERN (Organizzazione Europea per la Ricerca Nucleare), dove era stata ottenuta di nascosto da un bizzarro fisico-sacerdote che voleva impiegarla per riprodurre in laboratorio il Big Bang, con l'obiettivo di dimostrare la plausibilità della Genesi e quindi l'esistenza di Dio. L'antimateria viene prodotta in piccole quantità all'interno di acceleratori di particelle: è descritta come una sostanza estremamente potente, che può essere utilizzata come arma di distruzione, un materiale pericoloso,

instabile e altamente esplosivo, dagli effetti devastanti se non adeguatamente monitorata. Il concetto di fondo è che l'antimateria, se conservata in un contenitore speciale (una sorta di "bombola di vetro" appositamente progettata), può mantenersi stabile per un certo periodo, ma è incredibilmente sensibile: se il contenitore viene danneggiato o alterato, si innesca una reazione di annichilazione con la materia normale, generando un'esplosione di proporzioni colossali. Pertanto, in *Angeli e Demoni* l'antimateria non è usata con scopi scientifici, ma come una minaccia: un'arma potente, nascosta e pericolosa, che può distruggere città intere. La trattazione dell'antimateria nel libro mescola elementi scientifici reali (come la sua esistenza teorica e la sua produzione nel CERN) con l'elemento più drammatico e thriller tipico del romanzo, dove l'antimateria diventa un simbolo del potenziale distruttivo della scienza quando viene usata per fini malvagi. Un pastiche divertente ma sconclusionato, in cui l'antimateria acquista una dimensione metafisica ed esoterica. Non sono trascurabili i diversi errori scientifici che si susseguono tra le sue pagine, il più macroscopico dei quali è forse quello di aver attribuito a LHC la capacità di fabbricare antimateria, la quale comunque non potrà mai servire a produrre energia.

L'antimateria non ha attecchito solo nella letteratura: essa è stata inclusa in numerosi prodotti cinematografici di notevole successo, a dimostrazione della sua importanza cruciale nel panorama scientifico. Nella serie televisiva britannica fantascientifica *Doctor Who*, prodotta dalla BBC a partire dal 1963, l'antimateria viene altresì presentata come una forza estremamente potente e pericolosa, e viene perlopiù inserita come elemento di trama per motivi narrativi, per spingere la trama verso situazioni drammatiche e conflitti, evitando di focalizzarsi su spiegazioni scientifiche dettagliate.

L'antimateria viene descritta come una fonte di energia incredibilmente potente: per citare alcuni esempi, negli episodi "The Impossible Planet" e "The Satan Pit", l'antimateria è usata come parte del sistema di alimentazione di una base spaziale. Se mal gestita e non controllata, può causare gravi danni, come esplosioni devastanti.

Inoltre, in alcuni episodi, l'antimateria viene imprigionata o "confinata" in contenitori speciali per evitare che entri in contatto con la materia normale, poiché una reazione di annichilazione potrebbe distruggere interi pianeti. Nel seriale "The Time Monster", l'antimateria viene usata come fonte di energia per un dispositivo, ma deve essere trattata con estrema cautela.

Infine, l'antimateria viene spesso associata a minacce cosmiche o a potenti antagonisti. L'uso improprio dell'antimateria da parte di nemici come il "Master" o altre entità malvagie può condurre a disastri, come la distruzione di una stazione spaziale o l'alterazione di intere realtà.

Tuttavia, non c'è dubbio che l'antimateria, nella fantascienza, resta legata soprattutto alla saga televisiva e cinematografica di *Star Trek*. Senza l'antimateria, non sarebbero possibili – come spiegato dalla voce fuori campo all'inizio del primo film della serie – “le crociere della nave stellare Enterprise: la sua missione è quella di esplorare nuovi mondi, alla ricerca di nuove forme di vita e di nuove civiltà, e di giungere arditamente dove nessun uomo è mai giunto prima d'ora”.

In *Star Trek*, l'antimateria è una parte centrale della tecnologia che alimenta le navi spaziali, in particolare le navi della Flotta Stellare come la USS Enterprise. L'antimateria viene usata per generare e liberare immense quantità di energia tramite reazioni di annichilazione con la materia: essa viene immagazzinata in appositi contenitori chiamati "antimatter pods" o "antimatter containment pods", che consentono di mantenerla separata dalla materia normale, evitando esplosioni catastrofiche.

Ma come far correre l'Enterprise a velocità superiore a quella della luce? Gene Roddenberry, l'ideatore della fortunata serie, decise di dotarla dell'ormai mitico “warp drive”, il motore di curvatura capace di contrarre lo spazio davanti all'astronave e di dilatarlo dopo il suo passaggio. La distorsione spazio-temporale consente di creare una scorciatoia tra il punto di partenza e quello di arrivo, catapultando l'Enterprise da un angolo all'altro della galassia. L'energia per la manovra è ottenuta attraverso l'annichilazione di atomi di deuterio e antideuterio, ingabbiati da potenti campi magnetici. La camera

in cui avviene la reazione è costruita attorno a una rete di cristalli di litio, che controllano l'annichilazione senza interagire con l'antimateria.

In sostanza, l'antimateria è vista come una fonte di energia incredibilmente potente, ma anche pericolosa. La sua gestione è uno degli aspetti cruciali della tecnologia di Star Trek, rappresentando sia una grande opportunità che una potenziale minaccia, se non controllata correttamente. Viene spesso trattata con grande cautela, ma anche come una risorsa fondamentale per il progresso delle esplorazioni spaziali.

La raffigurazione dell'antimateria in Star Trek mescola scienza reale e finzione, creando un'idea affascinante ma altamente teorica di come potrebbe essere utilizzata in un futuro avanzato.

A prescindere dal livello di accuratezza scientifica adottato nella sua disamina, l'antimateria ha esercitato un fascino unico nel panorama fantascientifico contemporaneo: questa risposta entusiastica dell'universo della *fiction* non è altro che un riflesso speculare dell'interesse suscitato dall'argomento nel mondo della scienza, nel quale studiosi e ricercatori si sono interrogati (e tuttora si interrogano) sui suoi lati più oscuri e inesplorati.

## L'ANTIMATERIA NELLA SCIENZA

### DIRAC E LA PREVISIONE MATEMATICA DELL'ANTIMATERIA

Nell'agosto del 1925, la carriera scientifica di Paul Dirac prese una svolta decisiva quando ricevette le bozze di un articolo scritto da un giovane fisico tedesco, Werner Heisenberg. Quel lavoro conteneva i fondamenti matematici di una teoria rivoluzionaria che avrebbe presto cambiato per sempre la comprensione dei fenomeni atomici: la meccanica quantistica. Dirac capì immediatamente che l'approccio di Heisenberg apriva una strada completamente nuova per esplorare il mondo dell'infinitamente piccolo.

Nei mesi successivi, Dirac rielaborò le intuizioni di Heisenberg in una teoria originale, che chiamò *algebra dei q-neri* — dove "q" stava per "quantistico", riferendosi alle grandezze fisiche osservabili come posizione, quantità di moto ed energia. Sebbene il suo lavoro gli valse rapidamente riconoscimenti, molti dei suoi risultati furono raggiunti in parallelo da un gruppo di fisici tedeschi, tra cui Heisenberg stesso, Max Born, Wolfgang Pauli e Pascual Jordan. Nacque così una competizione scientifica vivace, in cui ciascuno contribuiva a plasmare la nuova teoria.

Born, Heisenberg e Jordan svilupparono il formalismo di Heisenberg utilizzando la matematica delle matrici. Poi, nella primavera del 1926, il fisico austriaco Erwin Schrödinger propose un'alternativa: la *meccanica ondulatoria*, che descriveva gli stessi fenomeni quantistici in modo più intuitivo e matematicamente più maneggevole. Molti iniziarono a sospettare che le diverse formulazioni fossero in realtà espressioni particolari di una teoria più generale.

Fu durante un soggiorno di sei mesi presso l'Istituto di fisica teorica di Copenaghen che Dirac ebbe l'intuizione decisiva: trovò il quadro teorico unificato che molti scienziati avevano auspicato, una *teoria* in grado di collegare tutti i modelli esistenti e di fornire regole precise per passare dall'uno all'altro. La *«teoria delle trasformazioni»* di Dirac, insieme con un analogo modello elaborato allo stesso tempo da Jordan, pose i fondamenti per ogni successivo sviluppo della meccanica quantistica.

Il 26 dicembre 1927, il fisico britannico Charles G. Darwin (nipote del celebre naturalista) scrisse a Niels Bohr con entusiasmo:

«Mi trovavo a Cambridge pochi giorni fa, e vi ho incontrato Dirac. Ora dispone di un sistema di equazioni completamente nuovo che descrive correttamente lo spin in tutte le situazioni e sembra essere "la cosa". Le sue sono equazioni differenziali del primo ordine, non del secondo!».

Quelle equazioni differenziali del primo ordine — non del secondo, come nelle versioni precedenti — erano *l'equazione di Dirac per l'elettrone*.

L'equazione di Dirac per l'elettrone, un capolavoro di eleganza fisica e matematica, si rivelò davvero *«la cosa»* giusta, perché riuscì dove altre teorie avevano fallito. Da un lato, era pienamente compatibile con la *relatività speciale* di Einstein; dall'altro, spiegava in modo naturale lo *spin* dell'elettrone, una proprietà fondamentale che può assumere solo i valori  $+\frac{1}{2}$  (spin "su") o  $-\frac{1}{2}$  (spin "giù").

Prima di Dirac, l'equazione di Schrödinger — pur rivoluzionaria — aveva un limite cruciale: *non era relativistica*. Quando i fisici provarono a correggerla per includere gli effetti relativistici, ottennero l'*equazione di Klein-Gordon*, che però non riusciva a descrivere lo spin. Dirac capì che serviva un approccio radicalmente diverso.

La scelta di Dirac di usare *equazioni differenziali del primo ordine* (anziché del secondo, come in Schrödinger e Klein-Gordon) non fu casuale, ma dettata da due esigenze fondamentali:

1. *Mantenere la struttura formale dell'equazione di Schrödinger*, che dipendeva dalla derivata prima rispetto al tempo. Questo era essenziale per preservare il legame con l'evoluzione temporale dei sistemi quantistici.

2. *Rispettare la simmetria spazio-temporale della relatività*, dove spazio e tempo sono trattati sullo stesso piano. Le equazioni del secondo ordine rompevano questa armonia, introducendo asimmetrie matematiche indesiderate.

La soluzione di Dirac fu un *compromesso geniale*: un sistema di equazioni del primo ordine che, pur nella loro complessità, erano *matematicamente coerenti e fisicamente eleganti*. Quando le applicò al moto di un elettrone in un campo elettromagnetico, il risultato fu sorprendente: lo *spin emerse spontaneamente* dai calcoli, senza bisogno di postularlo artificialmente.

La deduzione di una proprietà fisica da principi primi impressionò gli scienziati, che ne parlarono come di un «miracolo», di «una meraviglia assoluta», e si apprestarono ad analizzarne le sottigliezze. Lo stesso Dirac, noto per la sua sobrietà, ammise che era come se la natura avesse "*giocato a carte scoperte*", rivelando una struttura matematica perfetta dietro il comportamento dell'elettrone.

L'equazione non solo spiegava lo spin e applicata all'atomo di idrogeno prevedeva con estrema precisione le righe spettrali dell'idrogeno osservate sperimentalmente, ma aprì la strada alla descrizione di particelle con spin diverso da  $\frac{1}{2}$ .

Meno di un anno dopo la pubblicazione, divenne chiaro che Dirac aveva scritto una delle equazioni più profonde della fisica moderna: **l'equazione di Dirac** era già diventata ciò che è rimasta fino ai nostri giorni: **una pietra angolare della fisica moderna**.

Questa conquista non fu solo tecnica, ma *filosofica*: confermò che l'universo sembra seguire regole matematicamente armoniose, anche quando le loro implicazioni sfidano l'intuizione.

L'equazione di Dirac e il mistero degli elettroni con energia negativa

Quando Dirac completò la sua celebre equazione nel **1928**, si trovò di fronte a un enigma sconcertante. La matematica gli stava dicendo che, oltre alle normali soluzioni per gli elettroni ordinari, dovevano esistere anche soluzioni corrispondenti a elettroni con *energia negativa*. Questo non era solo strano: era potenzialmente catastrofico per la fisica come la conoscevano.

Perché gli elettroni con energia negativa erano un problema?

Secondo la meccanica quantistica, le particelle tendono naturalmente a passare a stati di energia più bassa. Se esistessero stati con energia negativa infinita, tutti gli elettroni dell'universo dovrebbero "cadere" in questi stati, emettendo energia nel processo. Il risultato sarebbe un catastrofico rilascio di radiazione e la scomparsa della materia ordinaria come la conosciamo, il collasso dell'universo.

Infatti, ogni elettrone che cade a energia negativa emetterebbe almeno 1 MeV di energia (sotto forma di fotoni gamma). Moltiplicato per tutti gli elettroni dell'universo, questo processo avrebbe rilasciato un'energia mostruosa, dissolvendo letteralmente la materia ordinaria in una gigantesca esplosione di radiazione.

La soluzione geniale: il *Vuoto* di Dirac

Dirac affrontò il problema con un'audacia senza precedenti. Invece di scartare le soluzioni a energia negativa come un artefatto matematico, le prese sul serio e le trasformò in una delle intuizioni più radicali del Novecento.

La sua soluzione fu tanto semplice quanto sconvolgente: e se tutti questi stati a energia negativa fossero *già occupati*?

Immaginò che quello che chiamiamo "*Vuoto*" non sia realmente vuoto, ma un "*mare*" uniforme, un oceano infinito in cui *tutti gli stati a energia negativa sono già occupati da elettroni: un elettrone per ogni stato*. Questo "*mare di Dirac*" sarebbe perfettamente stabile e invisibile agli esperimenti, perché completamente saturo.

Per Dirac l'oceano di particelle finora rimasto inosservato è definibile come "il Vuoto", l'oscurità cosmica di fondo, il Nulla da cui il mondo è stato creato, è lo stato di minima energia.

Grazie al principio di esclusione di Pauli, per cui due fermioni identici (es.: elettroni) non possono occupare lo stesso stato quantico simultaneamente, gli elettroni ordinari con energia positiva si manterrebbero al di sopra del mare invisibile, a formare gli stati «eccitati» che si osservano in natura: è come se galleggiassero sopra di esso, protetti da una sorta di *barriera quantistica*, mantenendo stabile l'universo.

L'idea rivoluzionaria venne quando Dirac si chiese: cosa succede se un elettrone nel mare riceve abbastanza energia (ad esempio da un fotone) per saltare a uno stato positivo?

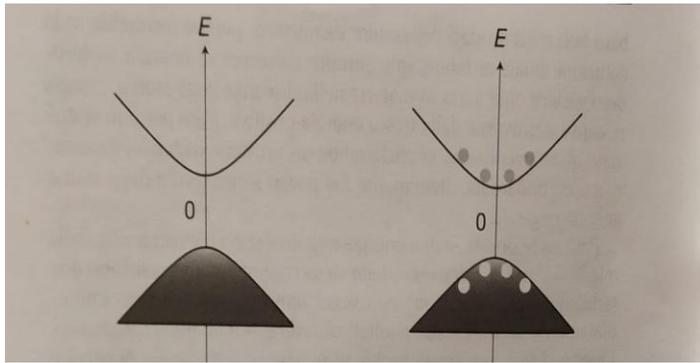
Se tiriamo fuori dal Vuoto un elettrone e lo portiamo in uno degli stati a energia positiva liberi, creiamo due particelle, promuovendo uno degli elettroni invisibili dal Vuoto al mondo reale, dove l'elettrone assume energia positiva, e lasciando un "buco" nel Vuoto con energia positiva.

Infatti, l'elettrone promosso diventa un elettrone ordinario (con energia positiva), mentre il "buco" lasciato nel mare non è solo un'assenza, ma si comporta come una particella reale con energia positiva (perché togliere energia negativa equivale ad aggiungere energia positiva) e carica opposta a quella dell'elettrone (perché manca una carica negativa).

*"Queste buche saranno oggetti dotati di energia positiva e perciò dovranno essere trattati come particelle ordinarie"* scrisse Dirac all'inizio del 1930.

Un buco può passare da uno stato all'altro all'interno del Vuoto di Dirac: dire che una carica negativa si è spostata da B ad A equivale a dire che una carica positiva si è spostata da A a B. In pratica il buco si comporta come un elettrone di carica positiva, ed è, sotto ogni aspetto, tanto reale o immaginario quanto lo è l'elettrone. Ma con quale particella si potrebbe identificare una buca? All'epoca si proponevano due possibili candidati, e Dirac li prese in considerazione entrambi: il protone e l'«elettrone positivo». La prima scelta, il protone, fece sorgere quasi immediatamente due gravi difficoltà. In primo luogo, ci si aspetterebbe che un elettrone, occasionalmente, possa compiere un salto energetico verso il basso e andare a colmare una buca, nel qual caso le due particelle si annichirebbero, con emissione di radiazione gamma; ma queste annichilazioni protone-elettrone non erano mai state osservate. Inoltre, era evidente che il candidato adatto doveva essere identico all'elettrone in ogni caratteristica, fatta eccezione per la carica elettrica, mentre era ben noto che il protone ha massa pari a circa 2000 volte quella dell'elettrone. Nondimeno Dirac, spronato dal suo desiderio di semplicità, preferì inizialmente il protone per il ruolo di buca. Nel 1930 il protone e l'elettrone erano le sole particelle fondamentali osservate sperimentalmente, ed egli non era incline all'idea di introdurre una nuova entità priva di supporto sperimentale. In più, se i protoni avessero potuto essere interpretati come stati a energia negativa lasciati vacanti da elettroni, il numero delle particelle elementari si sarebbe ridotto a una sola unità: l'elettrone. E una semplificazione di questo genere, secondo Dirac, sarebbe stata *"il sogno dei filosofi"*. Presto, però, non fu più possibile opporsi alle obiezioni a questa sua iniziale interpretazione e nel maggio **1931** egli ripiegò, non senza riluttanza, sul secondo candidato, *l'antielettrone*, *"un nuovo tipo di particella, sconosciuto alla fisica sperimentale, che ha la stessa massa di un elettrone e carica di segno opposto"*. Questa nuova particella adesso viene chiamata **"positrone"** ed è stata la prima particella di **antimateria** di cui è stata predetta l'esistenza.

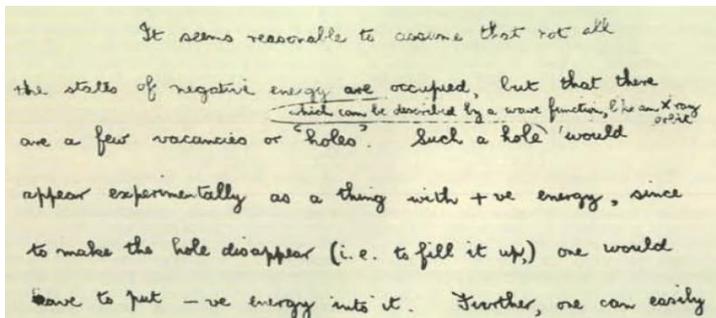
Nasce una coppia *particella-antiparticella* e l'*antimateria* entra in scena.



**Fig.1**

A sinistra: il Vuoto di Dirac. Tutti gli stati a energia negativa - il mare di Dirac - sono occupati, mentre gli stati a energia positiva sono vuoti.

A destra: un po' di elettroni sono stati promossi a stati a energia positiva, lasciando dei vuoti nel mare di energia negativa. Questi vuoti sono interpretabili come antielettroni, meglio noti come "positroni".



**Fig. 2**

Il concetto di antimateria, che Dirac introdusse nel 1931, si sviluppò direttamente dalla sua teoria delle «buche», qui delineata in una lettera a Niels Bohr datata 26 novembre 1929. È un esempio della chiarezza, della concisione e della grafia ordinata caratteristiche di Dirac.

Questa teoria era così sconvolgente perché ridefiniva il **concetto di Vuoto**: il Vuoto non era più il "nulla", ma uno stato pieno, dinamico, in cui particelle e antiparticelle possono emergere temporaneamente, un luogo brulicante di particelle virtuali, pronte a materializzarsi se fornite di energia sufficiente. Questa idea rivoluzionaria avrebbe ispirato decenni di ricerca, dalla teoria quantistica dei campi alla scoperta di altre antiparticelle.

La completa simmetria tra particelle di carica positiva e di carica negativa che veniva alla luce dalla sua teoria gli diede un'ulteriore spinta a riconoscere all'antiprotone una possibilità di esistenza teorica. Quindi Dirac dovette raddoppiare il numero delle particelle elementari significative e porre le basi per speculazioni su interi mondi costituiti da antimateria.

La teoria fu confermata nel 1932 con la scoperta sperimentale del positrone. Era la prima volta che una particella veniva prevista teoricamente prima di essere osservata, dimostrando il potere predittivo della matematica.

Quella che sembrava inizialmente una stranezza matematica si rivelò una delle intuizioni più profonde della fisica moderna. Oggi sappiamo che:

- L'antimateria è reale e viene prodotta regolarmente in laboratori e acceleratori di particelle

- Il concetto di "mare di Dirac" si è evoluto nella moderna teoria quantistica dei campi.
- Le coppie particella-antiparticella che emergono dal vuoto sono alla base di fenomeni come l'effetto Casimir e la radiazione di Hawking.

Quella di Dirac è una delle storie più affascinanti della scienza moderna: un uomo che, seguendo la logica spietata della matematica, fu costretto a predire l'esistenza di qualcosa che nessuno aveva mai visto. E che, alla fine, *aveva ragione*.

Dirac, con la sua ostinata fiducia nella bellezza matematica, ci ha insegnato che a volte la natura nasconde le sue verità più profonde non nei dati sperimentali, ma nella *bellezza delle equazioni* – e che il compito del fisico teorico è avere il coraggio di credere in quella bellezza, anche quando sembra portare in territori apparentemente assurdi.

Come disse il grande fisico:

"Se la tua teoria sembra dirti che esistono elettroni con energia negativa, non ignorarli. Forse stanno cercando di dirti qualcosa di importante"

E in questo caso, stavano annunciando nientemeno che l'esistenza di un intero nuovo lato dell'universo: il mondo speculare dell'**antimateria**.

Due anni dopo, nel 1932, il fisico Carl Anderson osservò nei raggi cosmici una traccia che corrispondeva esattamente alla particella di Dirac: il positrone era reale. Ironia della sorte, Dirac – pur avendolo teorizzato – non conferì particolare importanza all'osservazione sperimentale del positrone e nemmeno incoraggiò chi eseguiva l'esperimento a ricercare questa nuova particella.

Per lui, il vero trionfo era stato *trovare l'equazione giusta*; che poi la natura obbedisse alla sua matematica era quasi un dettaglio.

Dirac, più di ogni altro fisico moderno, interpretò il concetto di «bellezza matematica» come una caratteristica intrinseca della natura e lo assunse a guida metodologica dell'indagine scientifica.

Arrivò ad affermare che:

*«Una teoria dotata di bellezza matematica ha più probabilità di essere corretta che non una sgradevole che concordi con qualche dato sperimentale».*

La sua attenzione per l'estetica e la logica della fisica matematica, unita a una personalità riservata e introversa, ne fece una delle figure più enigmatiche tra i grandi scienziati del XX secolo.

Questo approccio lo portò a risultati straordinari tra i 23 e i 31 anni: oltre all'equazione dell'elettrone e all'antimateria, contribuì alla teoria quantistica della radiazione e ipotizzò l'esistenza dei *monopoli magnetici*.

Tuttavia, il suo estremo razionalismo lo condusse, in seguito, in vicoli ciechi. Nessuno dei suoi lavori successivi, pur importanti, eguagliò la portata rivoluzionaria delle geniali intuizioni giovanili. Rimane, però, una delle figure più enigmatiche e affascinanti della fisica del Novecento: un uomo che, con la forza della logica e dell'intuizione, svelò alcuni dei segreti più profondi dell'universo.

Dirac ricevette il Premio Nobel per la fisica nel 1933 (insieme a Erwin Schrödinger) per "la scoperta di nuove fruttuose forme della teoria atomica",

Nel 1977 Dirac scrisse: *"Tra tutti i fisici che ho conosciuto, penso che Erwin Schrödinger sia uno di quelli che ho sentito più vicini a me. Mi sono trovato d'accordo con Schrödinger più facilmente che con chiunque altro. Credo che la ragione di questo risieda nel fatto che entrambi abbiamo una grandissima considerazione per la bellezza matematica delle leggi fisiche... Era una specie di atto di fede, per noi, che qualsiasi equazione deputata a descrivere le leggi fondamentali della Natura dovesse avere, in sé, una grande bellezza matematica."*

## ***ANDERSON E LA PRIMA EVIDENZA SPERIMENTALE DELL'ANTIMATERIA***

La scoperta del positrone da parte di Carl David Anderson presso il California Institute of Technology nel 1932 rappresenta una delle più significative verifiche sperimentali nella storia della fisica moderna.

Attraverso un'apparentemente semplice ma ingegnosissima modifica alla tradizionale camera a nebbia di Wilson, Anderson riuscì a dimostrare l'esistenza della particella che Paul Dirac aveva previsto teoricamente soltanto quattro anni prima nelle sue celebri equazioni relativistiche dell'elettrone.

L'esperimento, modello esemplare di metodologia scientifica, unì con straordinaria eleganza teoria e pratica, dimostrando come un apparato sperimentale apparentemente semplice potesse svelare uno dei più profondi misteri della natura.

La camera a nebbia utilizzata da Anderson costituiva un rivelatore di particelle di straordinaria sensibilità per l'epoca. Il processo fisico che permette di visualizzare il passaggio di particelle cariche nella camera a nebbia rappresenta un elegante esempio di applicazione della termodinamica dei gas e della fisica delle collisioni atomiche.

Anderson aveva perfezionato questo sistema creando condizioni sperimentali ottimali: *"La camera era mantenuta in funzionamento continuo in condizioni di leggera sovrasaturazione"*, come egli stesso precisò nella pubblicazione originale. Il gradiente termico stabilito tra la base riscaldata (30-40°C) e la parte superiore raffreddata con ghiaccio secco ed etere (-70/-80°C) garantiva una supersaturazione controllata e costante del vapore acqueo all'interno della camera, condizioni ideali per la formazione di tracce visibili.

Il dispositivo sfruttava il principio fisico per cui quando una particella carica ad alta velocità attraversa il mezzo gassoso supersaturo, si verifica una complessa cascata di interazioni che culmina nella formazione della caratteristica scia visibile.

La particella incidente, grazie alla sua energia cinetica, interagisce elettromagneticamente con gli elettroni orbitali delle molecole del gas. Come precisò Anderson nei suoi appunti tecnici: *"Ogni particella con energia superiore a 10 keV è capace di strappare elettroni dalle molecole di vapore acqueo lungo il suo percorso"*.

Questo processo di ionizzazione primaria crea coppie di ioni positivi ed elettroni secondari. Gli elettroni strappati possiedono spesso energia sufficiente per ionizzare ulteriori molecole. Questo effetto a valanga amplifica significativamente la traccia ionizzata.

Gli ioni positivi prodotti agiscono come centri di nucleazione preferenziali per la condensazione del vapore supersaturo. In pratica, gli ioni positivi prodotti attirano le molecole di vapore acqueo presenti nell'aria, e quando il vapore è supersaturo (cioè contiene più umidità di quanto normalmente possibile), queste molecole si raggruppano più facilmente attorno agli ioni, facilitando la formazione di goccioline d'acqua (come una colla invisibile), agendo come punti di partenza privilegiati (centri di nucleazione).

In condizioni di supersaturazione ottimali (tipicamente  $S \approx 1.2-1.5$ ), le goccioline crescono rapidamente fino a raggiungere dimensioni dell'ordine di 10-100  $\mu\text{m}$ . Come misurava Anderson: *"La densità lineare delle goccioline varia da 20 a 100 per cm, a seconda dell'energia specifica della particella"*.

L'efficienza di questo processo è tale che, come notò Anderson: *"Anche una singola particella alfa può produrre una traccia contenente fino a  $10^5$  goccioline visibili"*. Questa straordinaria amplificazione del segnale rende la camera a nebbia uno dei rivelatori di particelle più sensibili mai sviluppati, capace di visualizzare il passaggio di singole particelle subatomiche con la semplice tecnologia ottica disponibile negli anni '30.

Tuttavia, come Anderson stesso ammise in una comunicazione privata a Millikan: *"L'interpretazione univoca delle tracce risulta problematica quando si cerca di determinarne la direzione di moto"*. Il

problema fondamentale risiedeva nell'impossibilità di distinguere se una particella stesse entrando dalla parte superiore o inferiore della camera. Una traccia curva poteva infatti essere interpretata in due modi diametralmente opposti: come una particella positiva che si muoveva in una direzione, o come una particella negativa che si muoveva nella direzione contraria.

La situazione era ulteriormente complicata dal fatto che, come annotò Anderson nei suoi appunti: "*In assenza di riferimenti assoluti, la curvatura delle tracce può essere attribuita indifferentemente a particelle leggere ad alta energia o a particelle pesanti a bassa energia*". Questo dilemma interpretativo rendeva particolarmente ardua l'identificazione delle particelle positive osservate, che potevano essere sia protoni (allora l'unica particella positiva conosciuta) che qualcosa di completamente nuovo.

La genialità di Anderson fu capire che l'ambiguità osservativa poteva essere risolta introducendo un elemento asimmetrico nel sistema. Come scrisse nella bozza del suo articolo:

*"L'inserimento di un ostacolo di materiale denso lungo il percorso delle particelle permetterebbe di stabilire inequivocabilmente la direzione del moto attraverso la misura della perdita di energia"*.

Questa intuizione lo portò a collocare una lastra di piombo di 6 mm al centro della camera a nebbia – un dettaglio apparentemente semplice, ma rivoluzionario. Il piombo rompeva la simmetria: quando una particella lo attraversava, la perdita di energia misurabile (grazie alla teoria della ionizzazione) rivelava due informazioni cruciali: la direzione del moto e la carica, come Anderson stesso chiari: "*Tali particelle erano forzate ad attraversare un piatto di piombo... in maniera che la misura della loro perdita di energia potesse fornire indicazioni piuttosto precise sulla loro carica*".

Fu questa asimmetria a permettere la scoperta del positrone: le tracce curvate dal campo magnetico ora avevano un "punto di riferimento" per distinguere carica e verso del movimento, risolvendo l'ambiguità iniziale.

L'analisi quantitativa delle tracce rivelò un risultato rivoluzionario. Le particelle osservate mostravano un comportamento coerente con quello previsto per un elettrone - stessa massa, stesso potere ionizzante - ma con una differenza fondamentale: la curvatura nel campo magnetico indicava una carica positiva. Anderson notò che "*la carica risultava inferiore di due volte, e probabilmente esattamente uguale a quella del protone sia in segno che in valore assoluto*". Questa affermazione apparentemente criptica rifletteva in realtà un rigoroso processo di esclusione: la carica non poteva essere doppia di quella del protone ( $Z=2$ ), poiché ciò avrebbe prodotto una perdita di energia quattro volte maggiore (essendo  $dE/dx \propto Z^2$ ), né poteva trattarsi di un protone, data la massa molto inferiore.

La pubblicazione dei risultati su *Physical Review* (vol. 43, pp. 491-494, 1933) rappresenta un modello di rigore metodologico. Anderson non si limitò a presentare le osservazioni qualitative, ma fornì un'analisi quantitativa completa, includendo misure di curvatura con incertezze inferiori al 5%, valutazioni sistematiche della perdita di energia nella lastra di piombo, e confronti dettagliati con il comportamento atteso per elettroni e protoni nelle stesse condizioni sperimentali. Come concluse nel suo lavoro: "*Si conclude, perciò, che la grandezza della carica dell'elettrone positivo, che noi contrarremo, d'ora in poi, in positrone, è molto probabilmente uguale a quella di un elettrone negativo libero*".

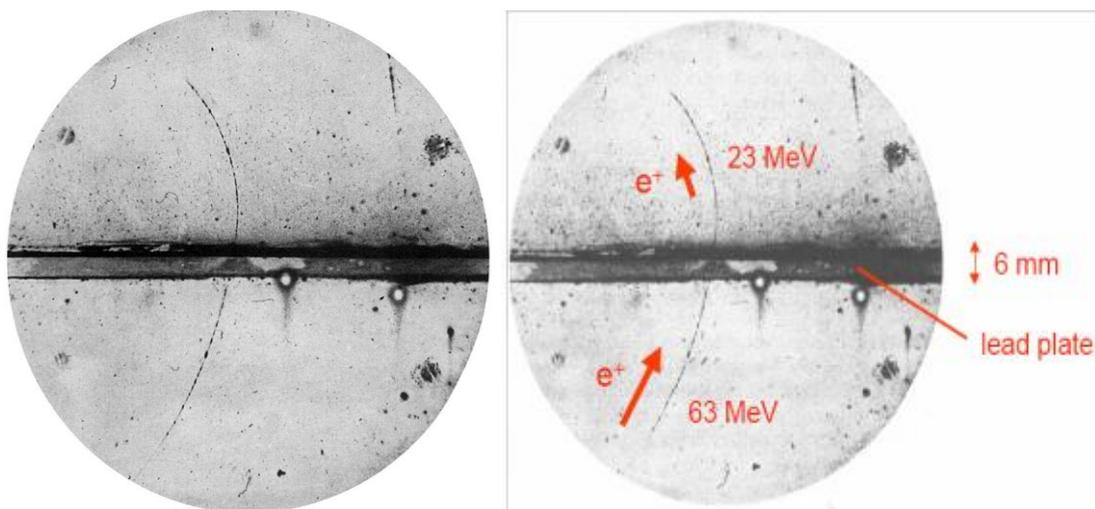
L'impatto di questa scoperta travalicò ampiamente la semplice verifica della teoria di Dirac. Essa rappresentò la prima evidenza sperimentale dell'esistenza dell'antimateria, aprendo un intero nuovo campo di ricerca nella fisica delle particelle, dimostrando come l'antimateria non fosse solo un'astrazione matematica ma una realtà fisica misurabile. La camera a nebbia di Anderson, con la sua

lastra di piombo strategicamente posizionata, rimane un esempio paradigmatico di come soluzioni sperimentali ingegnose possano rispondere a domande fondamentali della fisica teorica.

La metodologia sviluppata da Anderson - che combinava soluzioni sperimentali ingegnose con un'analisi quantitativa rigorosa - divenne un modello per le generazioni successive di fisici sperimentali. Come osservò successivamente Robert Millikan, supervisore di Anderson: *"La semplicità dell'apparato e l'eleganza della soluzione sperimentale nascondono la profondità dell'intuizione fisica che guidò Anderson nella sua scoperta"*.

L'evoluzione successiva della ricerca, con i lavori di Blackett e Occhialini nel 1933, avrebbe ulteriormente chiarito i meccanismi di produzione delle coppie elettrone-positrone e altre proprietà fondamentali dell'antimateria.

Tuttavia, resta il fatto che l'esperimento di Anderson rappresenta una delle più belle dimostrazioni di come la fisica sperimentale, quando condotta con rigore metodologico e creatività, possa rispondere alle domande più profonde poste dalla teoria, svelando uno dei segreti più profondi del mondo subatomico. Come lo stesso Dirac ebbe a commentare: *"La scoperta di Anderson diede concretezza fisica a ciò che fino ad allora era stato solo un elegante costrutto matematico, dimostrando ancora una volta l'intima connessione tra la bellezza formale delle equazioni e la struttura fondamentale della natura"*.



Tracce nella camera a nebbia di Anderson: la curvatura a destra (antiorario) e la riduzione del raggio dopo la lastra di piombo rivelano un positrone – prima prova dell'antimateria. La perdita di energia conferma la direzione del moto (dal basso) e la carica positiva.

## ***CENNI TEORICI SULLA TEORIA A BANDE DEI SOLIDI***

Per comprendere il comportamento di materiali come il germanio, è essenziale richiamare i concetti fondamentali della teoria a bande. Mentre il modello semiclassico degli elettroni liberi spiega alcuni fenomeni conduttivi, non riesce a distinguere tra conduttori, semiconduttori e isolanti. Per superare questa limitazione, occorre abbandonare l'approssimazione dell'elettrone libero e considerare correttamente il potenziale periodico del reticolo cristallino che lega gli elettroni agli ioni.

Il reticolo cristallino, ossia l'ordinata disposizione tridimensionale di atomi, ioni o molecole che si ripete periodicamente nello spazio con regolarità perfetta, definisce la struttura fondamentale dei materiali cristallini: questa periodicità – che si manifesta come ripetizione identica dello schema atomico lungo direzioni e distanze caratteristiche – crea un potenziale elettrico periodico in grado di influenzare profondamente le proprietà fisiche e chimiche del solido, in particolare determinando la formazione di bande di energia che governano il comportamento degli elettroni.

### Il potenziale reticolare

Trascurando i dettagli dell'interazione elettrone-elettrone, possiamo immaginare che in un solido cristallino ciascun elettrone sia sottoposto ad un potenziale periodico (con la stessa periodicità del reticolo) dovuto alla sovrapposizione dei potenziali atomici. Infatti, in un solido cristallino la sovrapposizione dei potenziali coulombiani generati dai singoli atomi del cristallo (Fig.1) dà origine ad un potenziale periodico con un andamento simile a quello rappresentato in Fig. 2, creando un profilo caratteristico con minimi in corrispondenza delle posizioni atomiche e massimi  $U_0$  tra un atomo e l'altro. A differenza dell'atomo isolato, dove il potenziale tende asintoticamente a zero, nel cristallo si stabilisce una successione regolare di "buche" di potenziale.

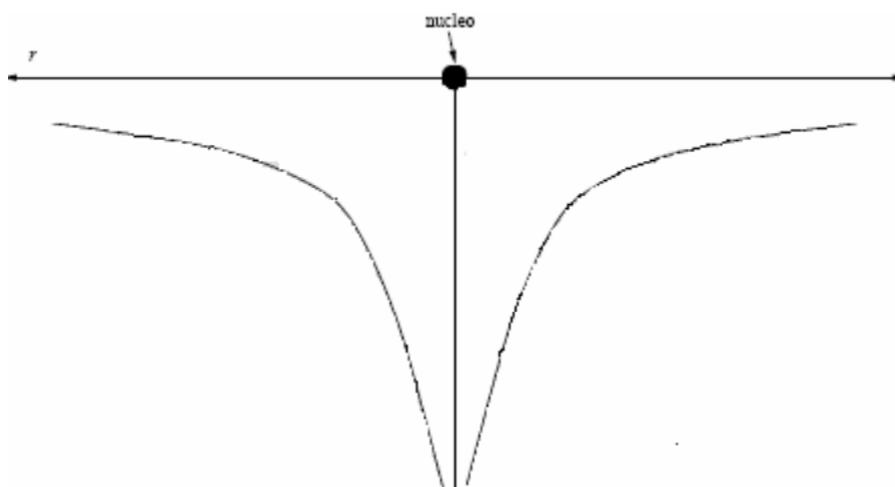


Fig 1: Andamento del potenziale atomico

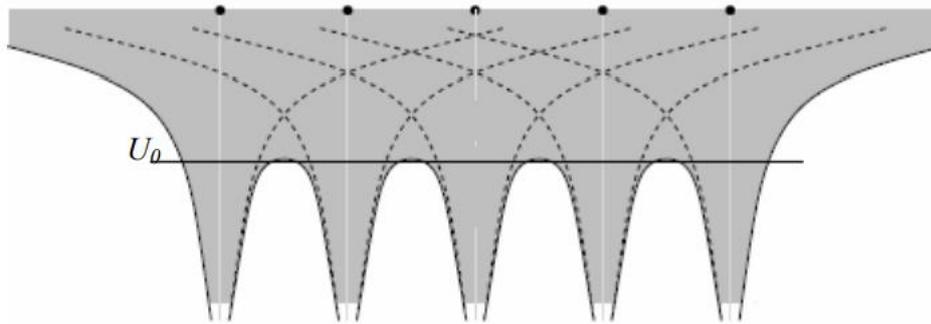


Fig 2. La curva continua rappresenta il potenziale visto da un elettrone all'interno di un solido. Esso è dato dalla sovrapposizione dei potenziali generati dai singoli nuclei (curve tratteggiate). Si può notare che all'interno del solido la curva di potenziale non tende asintoticamente a zero, come nell'atomo isolato, ma è una funzione periodica costituita da una successione di buche di potenziale con i massimi  $U_0$  localizzati nei punti medi tra due nuclei vicini.

### Le bande di energia

La meccanica quantistica dimostra che, quando gli atomi isolati si uniscono per formare un cristallo, la struttura dei livelli energetici degli elettroni più esterni e le corrispondenti funzioni d'onda viene drasticamente modificata. Mentre, infatti, i livelli energetici e le funzioni d'onda degli elettroni degli strati interni non vengono apprezzabilmente cambiati, di modo che tali elettroni rimangono vincolati ai singoli atomi, i livelli della shell più esterna risultano sensibilmente alterati dalla presenza degli atomi vicini. Al posto dei singoli livelli energetici nettamente distinti presenti nell'atomo isolato, l'accoppiamento tra le funzioni d'onda degli elettroni porta alla formazione di una fitta banda di livelli energetici a cui corrispondono stati elettronici delocalizzati. In altri termini, un elettrone che occupa uno dei livelli della banda non è vincolato a un atomo ma è condiviso da diversi atomi del cristallo. Sono proprio gli elettroni appartenenti a tale banda, chiamata **banda di valenza**, che, non essendo confinati all'interno di un singolo atomo, possono contribuire alla conduzione elettrica. Al di sopra della banda di valenza (ma, in genere, anche al di sotto) si ha la formazione di altre bande di energia, separate una dall'altra da intervalli *proibiti* di energia, detti **gap energetici** (Fig. 3)

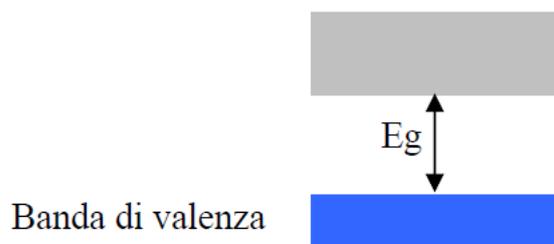


Fig. 3

Le proprietà elettriche di un solido cristallino dipendono dalle peculiari caratteristiche della struttura a bande e dal livello di occupazione della banda di valenza.

Riferendoci ai casi più semplici, se la banda di valenza è parzialmente occupata, di modo che vi sono livelli superiori disponibili per gli elettroni nella stessa banda, il solido è un conduttore; se invece la banda di valenza è completamente occupata il solido può essere un semiconduttore o un isolante, a seconda dell'ampiezza del gap energetico che separa la banda di valenza da quella immediatamente superiore (*banda di conduzione*).

In particolare, alla temperatura  $T$ , il solido è un semiconduttore se il gap  $E_g$  non è molto più grande di  $kT$  dove  $k$  è la costante di Boltzmann (in modo tale che il moto di agitazione termica permetta ad un certo numero di elettroni di valenza di passare alla banda di conduzione), è un isolante se  $E_g$  è molto più grande di  $kT$ .

#### Le origini della teoria a bande

Il primo fisico che affrontò il problema della conduzione nei solidi, in termini pienamente quantistici, fu Ernst Bloch, nel 1928. Limitandosi al caso di un cristallo unidimensionale, Bloch affronta il problema considerando l'equazione di Schrödinger per un elettrone sottoposto a potenziale periodico  $U(x)$ , con periodo uguale alla distanza  $a$  tra due atomi vicini del cristallo. Egli, inoltre, ipotizza che la lunghezza del cristallo sia infinita. Se  $\psi$  rappresenta la funzione d'onda di un elettrone, Bloch dimostra (**teorema di Bloch**) che, indipendentemente dalla forma del potenziale, gli stati stazionari assumono la forma di un'onda piana stazionaria (cioè, una autofunzione di particella libera) moltiplicata per una funzione  $u_k(x)$  con la stessa periodicità del cristallo:

$$\psi_k(x) = u_k(x)e^{ik \cdot x} \quad (3)$$

L'indice  $k$ , che individua una particolare autofunzione, rappresenta il numero d'onda  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Nella sua soluzione, Bloch trova che esistono intervalli di energia per i quali il numero d'onda è immaginario e la soluzione (3) non è accettabile.

Questo fu il primo indizio dell'esistenza di bande di energia, all'interno delle quali i livelli energetici sono distribuiti in modo quasi continuo, e di gap corrispondenti a valori proibiti dell'energia.

La teoria a bande rappresenta una pietra miliare nella comprensione delle proprietà elettroniche dei solidi cristallini. L'intuizione fondamentale di Bloch ci permette di comprendere come gli elettroni si comportino in un reticolo periodico, rivelando che le soluzioni accettabili dell'equazione di Schrödinger esistono solo per determinati intervalli di energia - le cosiddette bande permesse - mentre altre regioni energetiche risultano proibite.

#### ***II GERMANIO: UN SEMICONDUCTORE DALLE PROPRIETA' UNICHE***

Il germanio, un elemento che occupa una posizione di rilievo nel campo dei semiconduttori. La storia del germanio inizia con una straordinaria dimostrazione del potere predittivo della tavola periodica: nel 1869, il chimico russo Dmitrij Mendeleev anticipò l'esistenza di questo elemento (numero atomico 32) prima ancora che venisse scoperto. Questa previsione si concretizzò nel 1886, quando il chimico tedesco Clemens Winkler isolò il germanio dall'argirodite, confermando con precisione le proprietà previste da Mendeleev e battezzando l'elemento in onore della sua patria.

La peculiarità del germanio risiede nelle sue proprietà elettroniche, che lo rendono ideale per applicazioni avanzate come la rivelazione di radiazioni gamma.

Al cuore di queste proprietà vi è il suo band gap, quella regione energetica che separa la banda di valenza - dove gli elettroni sono legati agli atomi - dalla banda di conduzione - dove possono muoversi liberamente. Con un valore di circa 0,67 eV a temperatura ambiente (300 K) che aumenta fino a 0,74 eV avvicinandosi allo zero assoluto, questo gap relativamente piccolo è determinante per il comportamento del materiale.

Quando un fotone gamma o un altro fotone sufficientemente energetico interagisce con il germanio, può trasferire ad un elettrone della banda di valenza l'energia necessaria per superare il band gap. Questo salto verso la banda di conduzione crea due portatori di carica: l'elettrone libero di muoversi nel reticolo cristallino e la corrispondente lacuna nella banda di valenza. Quest'ultima, lungi dall'essere un semplice "vuoto", si comporta come una carica positiva mobile grazie al movimento degli elettroni adiacenti che la riempiono progressivamente.

La struttura atomica del germanio, organizzata in un reticolo cristallino di tipo diamante con simmetria tetraedrica, è alla base di queste proprietà. Ogni atomo forma quattro legami covalenti con i suoi vicini in una disposizione spaziale che si ripete perfettamente in tutte le direzioni. Questa periodicità non solo definisce la cella unitaria fondamentale (un cubo contenente 8 atomi), ma genera anche un potenziale periodico che condiziona profondamente il comportamento degli elettroni.

Il potenziale periodico, risultante dalla disposizione regolare degli atomi, è responsabile della formazione delle caratteristiche bande di energia.

A temperatura zero assoluto (0 K), la banda di valenza è completamente occupata, mentre quella di conduzione è vuota, con una regione proibita (il band gap) che separa queste due zone. Questo particolare arrangiamento elettronico spiega perché il germanio puro è un isolante perfetto a 0 K, ma diventa un eccellente semiconduttore a temperatura ambiente.

L'armonia tra la sua struttura cristallina perfettamente ordinata e le proprietà elettroniche derivanti dal potenziale periodico rende il germanio un materiale insostituibile per applicazioni nell'elettronica avanzata e nella fisica dei semiconduttori. La possibilità di descrivere l'intero cristallo a partire dalla sua cella unitaria fondamentale testimonia l'eleganza e l'efficienza di questa organizzazione atomica, che continua ad affascinare ricercatori e ingegneri in tutto il mondo.

Il germanio puro (intrinseco) mostra un certo comportamento, ma le sue proprietà possono essere radicalmente modificate attraverso il drogaggio (estrinseco). L'introduzione di impurità donatrici o accettrici crea nuovi livelli energetici all'interno del gap, modificando sostanzialmente la popolazione di elettroni e lacune.

La teoria a bande, completata dalla comprensione degli effetti delle impurità, costituisce la base teorica che ci permette di progettare materiali con proprietà elettroniche su misura. Nel caso specifico del germanio, questa comprensione è essenziale per sviluppare rivelatori HPGe ad alta efficienza, dove la purezza del cristallo e il controllo preciso delle proprietà elettroniche sono fattori determinanti per le prestazioni del dispositivo.

# ***IL NOSTRO ESPERIMENTO***

## ***SCOPO DELL'ESPERIMENTO***

Lo scopo di questo esperimento è la rivelazione del positrone, particella di antimateria prodotta nel decadimento  $\beta^+$  del sodio-22 ( $^{22}\text{Na}$ ). Per ottenere tale risultato, è stata utilizzata una sorgente radioattiva di  $^{22}\text{Na}$  con un'intensità dell'ordine del microcurie ( $\mu\text{Ci}$ ), tipicamente impiegata in laboratori didattici universitari.

## ***PREMESSA AL NOSTRO ESPERIMENTO***

### ***1. DECADIMENTO $\beta^+$ DEL Na-22***

Il decadimento  $\beta^+$  è un processo in cui un protone nel nucleo del Na-22 si trasforma in un neutrone, emettendo un **positrone** e un **neutrino**. Questo processo porta alla formazione di **neon-22 (Ne-22)**.

Analizziamo brevemente le caratteristiche di questa trasformazione nucleare.

La radioattività del sodio-22 ( $^{22}\text{Na}$ ) è un fenomeno che deriva dall'instabilità del suo nucleo, causata da un difetto di neutroni rispetto ai protoni. Questo squilibrio rende il nucleo instabile, spingendolo a stabilizzarsi attraverso processi di decadimento radioattivo, come il decadimento  $\beta^+$

Per comprendere meglio questa instabilità, è necessario analizzare le forze che agiscono all'interno del nucleo e il ruolo dei neutroni e dei protoni.

Nel nucleo atomico ci sono due forze principali in gioco.

Forza nucleare forte. È una forza attrattiva che tiene insieme protoni e neutroni. Agisce a corto raggio ed è molto intensa.

Forza elettrostatica (o Coulombiana). È una forza repulsiva tra i protoni, dovuta al fatto che hanno tutti carica positiva. Questa forza agisce a lungo raggio.

Perché un nucleo sia stabile, queste due forze devono bilanciarsi in modo ottimale. In particolare, la forza nucleare forte deve compensare la repulsione elettrostatica tra i protoni.

I neutroni sono particelle neutre presenti nel nucleo e non contribuiscono alla repulsione elettrostatica, ma aiutano a tenere insieme il nucleo grazie alla forza nucleare forte, che agisce sia tra protoni e neutroni che tra neutroni stessi. I neutroni svolgono due ruoli cruciali.

Aumentano la forza nucleare forte. Più neutroni ci sono, più forte è l'effetto della forza nucleare forte, che tiene insieme il nucleo.

Diluiscano la repulsione elettrostatica. I neutroni si interpongono tra i protoni, riducendo l'effetto della repulsione elettrostatica tra di essi. In pratica, "schermano" i protoni l'uno dall'altro.

Per nuclei leggeri come il sodio, il rapporto ottimale tra neutroni (N) e protoni (Z) per garantire la stabilità è vicino a **1:1**, ma con un leggero eccesso di neutroni. Questo perché i neutroni aggiuntivi aiutano a "diluire" la repulsione tra i protoni, rafforzando la forza nucleare forte senza aggiungere ulteriore repulsione elettrostatica.

Cosa succede nel sodio-22 ( $^{22}_{11}\text{Na}$ )?

Il sodio-22 ha 11 protoni e 11 neutroni, quindi un rapporto neutroni/protoni di 1:1.

Questo rapporto 1:1 è insufficiente per bilanciare adeguatamente la repulsione elettrostatica tra i protoni. Infatti, la repulsione elettrostatica tra gli 11 protoni è significativa e i neutroni sono solo 11, quindi non sono sufficienti per "schermare" completamente la repulsione tra i protoni.

La forza nucleare forte, pur essendo molto intensa, non riesce a compensare completamente la repulsione elettrostatica a causa del numero insufficiente di neutroni.

A causa dello squilibrio tra le forze, il nucleo di sodio-22 è instabile. Cerca di raggiungere una configurazione più stabile attraverso processi di decadimento radioattivo, come il decadimento  $\beta^+$ .

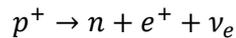
Il nucleo “vuole” aumentare il numero di neutroni rispetto ai protoni, avvicinandosi a un rapporto neutroni/protoni più favorevole alla stabilità.

Un esempio di nucleo stabile è il sodio-23 ( $^{23}_{11}\text{Na}$ ); infatti ha 11 protoni e 12 neutroni, con un rapporto neutroni/protoni di  $\sim 1,09$ . Il leggero eccesso di neutroni (12 invece di 11) aiuta a bilanciare meglio la repulsione elettrostatica tra i protoni, rendendo il nucleo stabile.

Nel **decadimento  $\beta^+$**  del sodio-22, che è un processo dell'**interazione nucleare debole, un protone del nucleo** (non identificabile singolarmente) si trasforma in un neutrone, emettendo un positrone e un neutrino elettronico. Questo processo trasforma il nucleo di sodio-22 in nucleo di neon-22, più stabile.

Prima del decadimento. Il nucleo di  $^{22}_{11}\text{Na}$  presenta  $Z=11$  protoni e  $N=11$  neutroni

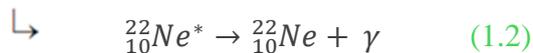
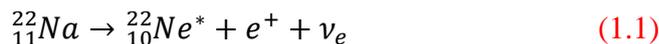
Dopo il decadimento. Un protone diventa neutrone con emissione di un positrone ( $e^+$ ) e di un neutrino elettronico ( $\nu_e$ )



Il nucleo risultante è  $^{22}_{10}\text{Ne}$  e presenta  $Z=10$  protoni e  $N=12$  neutroni.

Il processo noto come **decadimento  $\beta^+$**  è tipico dei nuclei con un eccesso di protoni rispetto ai neutroni. Il positrone emesso è una particella di antimateria, e la sua rilevazione (indirettamente, attraverso i fotoni gamma da 511 keV) è un segnale chiave del decadimento  $\beta^+$ .

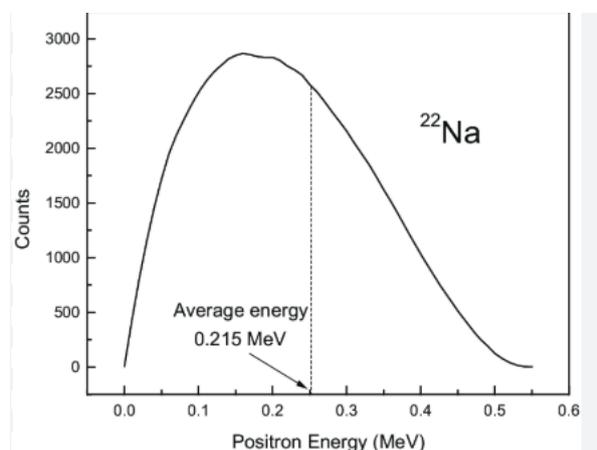
La reazione nucleare del decadimento  $\beta^+$  del Na-22 è la seguente



La reazione (1.1) produce un positrone  $e^+$  con un'energia massima di **544 keV**, come si vede dal grafico dello spettro energetico dei positroni emessi (**Fig 1**).

La differenza di massa tra il nucleo iniziale  $^{22}_{11}\text{Na}$  e quello di  $^{22}_{10}\text{Ne}^*$  si converte in energia secondo la relazione  $E = \Delta m \cdot c^2$ , dove  $\Delta m$  rappresenta il difetto di massa e  $c$  è la velocità della luce nel vuoto.

Tuttavia, l'energia rilasciata nel decadimento  $\beta^+$  del sodio-22 non è assegnata interamente al positrone, ma viene suddivisa tra quest'ultimo e il neutrino. Di conseguenza, l'energia del positrone può variare da un minimo di **0 keV** fino a un massimo di **544 keV**, valore che si raggiunge quando il neutrino ha energia quasi nulla.



**Fig. 1:** Spettro energetico dei positroni emessi nel decadimento  $\beta^+$  del sodio-22.

Poiché l'energia viene ripartita in modo casuale tra il positrone e il neutrino, lo spettro energetico dei positroni è **continuo**, coprendo l'intervallo da 0 a 544 keV. Lo spettro mostra un andamento caratteristico: parte da zero, raggiunge un picco a energie intermedie e poi decresce gradualmente fino a  $E_{\text{max}}=544$  keV. La sua forma è **asimmetrica**, con una probabilità di emissione maggiore per positroni a energie intermedie rispetto a quelli con energie molto basse o prossime al valore massimo. Questa asimmetria è dovuta agli effetti quantistici e alle interazioni nucleari, descritti dalla **distribuzione di Fermi**.

Il neutrino svolge un ruolo fondamentale nel determinare l'energia del positrone. Quando il neutrino assorbe una frazione significativa dell'energia rilasciata, il positrone avrà un'energia inferiore; al contrario, se il neutrino ha energia quasi nulla, il positrone raggiunge l'energia massima di 544 keV. Come si osserva dal grafico (**Fig. 1**), la distribuzione energetica riflette queste dinamiche: lo spettro è continuo, con un picco a energie intermedie e una coda che si avvicina gradualmente a  $E_{\text{max}}$ . Questa forma è una diretta conseguenza della natura probabilistica del decadimento  $\beta^+$  e della condivisione dell'energia tra il positrone e il neutrino.

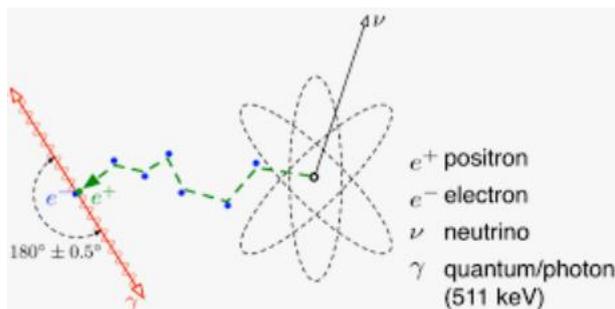
### Il processo di annichilazione del positrone nel decadimento $\beta^+$ del sodio-22.

Il positrone emesso durante il decadimento  $\beta^+$  del sodio-22 ha una vita estremamente breve. Appena generato, interagisce quasi istantaneamente con un elettrone presente nell'ambiente circostante, dando vita a un processo noto come **annichilazione**. Questo fenomeno è una diretta conseguenza del fatto che il positrone è l'antiparticella dell'elettrone: quando le due particelle si incontrano, si "annichilano" reciprocamente, trasformando la loro massa in energia sotto forma di radiazione elettromagnetica. L'annichilazione tra un positrone e un elettrone produce tipicamente **due fotoni gamma**, ciascuno con un'energia di **511 keV**. Questo valore deriva direttamente dall'equivalenza massa-energia di Einstein  $E = m \cdot c^2$ , dove la massa a riposo dell'elettrone (o del positrone) è pari a circa 511 keV/c<sup>2</sup>. I due fotoni vengono emessi in direzioni opposte per conservare la quantità di moto totale del sistema.

Il processo di annichilazione avviene in un tempo estremamente breve, dell'ordine di nanosecondi o meno, a seconda del mezzo in cui il positrone si muove. Prima di annichilarsi, il positrone può percorrere una piccola distanza nel materiale circostante, che può essere un solido, un liquido o un gas. Durante questo percorso, perde energia (principalmente attraverso "ionizzazione" ed "eccitazione degli atomi" del materiale) e rallenta.

Il rallentamento del positrone è cruciale per aumentare la probabilità di interazione con un elettrone e permettere un'annichilazione efficiente, convertendo la massa a riposo delle due particelle in energia sotto forma di fotoni gamma. Senza questo rallentamento, il positrone potrebbe non annichilarsi immediatamente, riducendo l'efficacia del processo. Quando è ad alta energia, si muove troppo velocemente per interagire efficacemente con gli elettroni.

In generale l'annichilazione avviene così rapidamente che il positrone difficilmente riesce a entrare nel rivelatore prima di scomparire e i due fotoni gamma da 511 keV, emessi in direzioni opposte, sono ciò che viene effettivamente visto dal rivelatore e possono essere utilizzati per ricostruire l'evento di decadimento e misurare l'energia coinvolta.



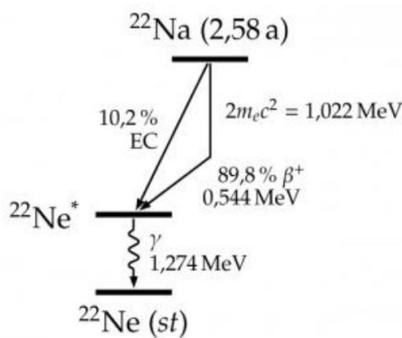
**Fig 2:** Annichilazione elettrone positrone  $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma$

Dopo il decadimento  $\beta^+$ , il nucleo di neon-22 si trova in uno **stato eccitato**. Questo significa che il nucleo ha un eccesso di energia che deve essere rilasciato per tornare allo stato stabile.

Per tornare al suo **stato fondamentale**, il Ne-22\* emette un **fotone gamma** con un'energia di 1,2745 MeV. Questo processo, noto come **transizione gamma**, avviene secondo la reazione (1.2).

In sintesi, l'energia massima di 544 keV per il positrone si riferisce alla porzione di energia rilasciata nel decadimento  $\beta^+$  che può essere suddivisa tra il positrone e il neutrino, mentre l'energia rimanente è associata alla transizione gamma del Ne-22 dallo stato eccitato ( ${}^{22}_{10}\text{Ne}^*$ ) a quello fondamentale ( ${}^{22}_{10}\text{Ne}$ )

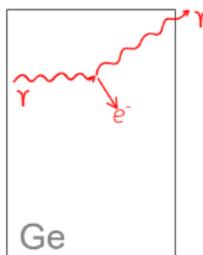
L'energia totale rilasciata nel decadimento  $\beta^+$  include sia l'energia cinetica del positrone e del neutrino, sia l'energia associata alla transizione gamma del Ne-22 dallo stato eccitato a quello fondamentale.



## 2. FUNZIONAMENTO DI UN RIVELATORE AL GERMANIO (HPGe)

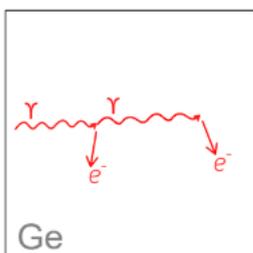
Un rivelatore al germanio iperpuro (HPGe) è uno strumento altamente sensibile utilizzato per rilevare e misurare le radiazioni gamma. Il prof Marco Giammarchi dell'Università di Milano ci ha spiegato che quando una radiazione gamma interagisce con il rivelatore, avviene una serie di processi fisici che portano alla generazione di un segnale elettrico. Per comprendere meglio questi processi, esamineremo il funzionamento del rivelatore nel contesto della rivelazione dei fotoni di annichilazione.

Se il rivelatore è piccolo (e quindi poco efficiente nel contenere i fotoni  $\gamma$ ), potrebbe verificarsi una situazione come quella illustrata nella figura accanto.



Un fotone  $\gamma$  che entra nel rivelatore può interagire tramite **effetto Compton**, cedendo parte della sua energia a un elettrone (energia che viene rivelata), per poi fuoriuscire senza essere completamente assorbito. In questo caso, solo la frazione di energia trasferita all'elettrone contribuisce al segnale, mentre il resto dell'energia del fotone sfugge alla rilevazione. Per fotoni  $\gamma$  di alta energia (come quelli da 1,274 MeV emessi dal  ${}^{22}_{10}\text{Ne}^*$ , un rivelatore piccolo mostra una risposta dominata dall'effetto Compton. Poiché il rivelatore non è in grado di contenere l'intera energia del fotone, lo spettro misurato sarà caratterizzato principalmente dal continuo Compton, con una spalla corrispondente all'energia massima ceduta agli elettroni (il bordo Compton), ma senza un evidente fotopico (dovuto all'assorbimento totale dell'energia del fotone). In sintesi, l'energia registrata sarà inferiore a quella reale del  $\gamma$ , poiché gran parte dei fotoni interagisce una sola volta (Compton) prima di abbandonare il rivelatore.

Se il rivelatore è grande (e quindi più efficiente nel contenere i fotoni  $\gamma$ ), il processo tipico è il seguente.



In questo caso, il fotone  $\gamma$  può inizialmente interagire tramite effetto Compton, cedendo parte della sua energia a un elettrone. Tuttavia, a differenza di quello che avviene in un rivelatore piccolo, il fotone **non sfugge** dal dispositivo, ma viene successivamente **assorbito completamente grazie a ulteriori effetti Compton e all'effetto fotoelettrico**.

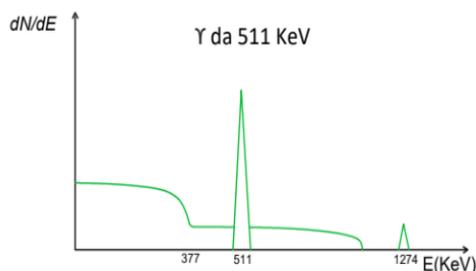
(Nella figura il secondo  $\gamma$  è lo stesso  $\gamma$  con meno energia e, se siamo fortunati, fa almeno due Compton e un fotoelettrico).

Di conseguenza, **tutta l'energia del fotone  $\gamma$  viene registrata**, producendo un segnale corrispondente alla sua energia totale. Questo meccanismo è alla base della formazione del **fotopicco** negli spettri gamma, che rappresenta

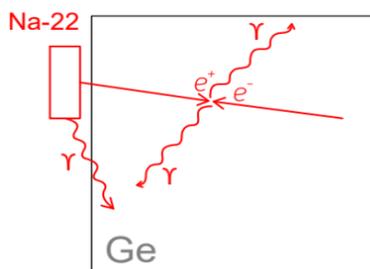
l'assorbimento completo del fotone nel rivelatore.

Nel caso di un **rivelatore ideale**, di dimensioni tali da poter contenere completamente l'energia dei raggi gamma, ciò che osserviamo è la rivelazione perfetta: il fotone gamma viene registrato alla sua energia totale, senza perdite.

Quello che accade, in pratica, è un vero e proprio percorso obbligato per il fotone. Prima subisce un effetto Compton, cedendo parte della sua energia a un elettrone. Poi, rimbalzando dentro il rivelatore, ne subisce un altro... e un altro ancora. Alla fine, come in una trappola inesorabile, viene completamente assorbito grazie all'effetto fotoelettrico.



La chiave è proprio nelle dimensioni del rivelatore: è così grande che il fotone non ha scampo. Non importa quanti rimbalzi faccia, prima o poi dovrà cedere tutta la sua energia. Non può sfuggire al suo destino fisico: essere finalmente catturato e misurato nella sua interezza.



#### Osservazione importante.

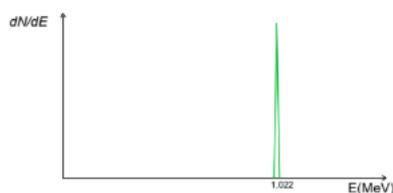
Quando un positrone emesso dal decadimento del sodio-22 entra nel materiale del rivelatore, inizia rapidamente a perdere energia attraverso collisioni con gli elettroni atomici. Questo processo, chiamato ionizzazione, continua finché il positrone non assume una velocità confrontabile rispetto agli elettroni del mezzo. A questo punto avviene il fenomeno cruciale: il positrone incontra il suo corrispettivo di antimateria, un elettrone ordinario, e le due particelle si annichilano.  
 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  dove  $E_\gamma = 511 \text{ keV}$

Questa annichilazione produce tipicamente due fotoni  $\gamma$  da 511 keV ciascuno, emessi in direzioni opposte per conservare la quantità di moto. Nel normale funzionamento del rivelatore, spesso solo uno di questi fotoni viene effettivamente rivelato, mentre l'altro sfugge al sistema di rilevamento. Questo spiega perché nello spettro osserviamo un picco ben definito a 511 keV.

Tuttavia, in determinate condizioni geometriche - specialmente quando l'annichilazione avviene in una posizione favorevole all'interno del rivelatore - entrambi i fotoni possono essere completamente assorbiti. In questo caso speciale, il sistema registra la somma delle due energie, producendo quello che chiamiamo "**picco di somma**" a 1022 keV. Questo picco è particolarmente utile per la calibrazione energetica e per verificare il corretto funzionamento del rivelatore.

L'efficienza con cui potremmo osservare questo picco di somma dipende da diversi fattori fra i quali la geometria del rivelatore (i detector con grandi volumi attivi hanno maggiori probabilità di catturare entrambi i fotoni), l'energia dei fotoni e la posizione della sorgente rispetto al cristallo del rivelatore.

Nella nostra configurazione sperimentale, usando un rivelatore HPGe ben calibrato, ci aspettiamo di distinguere chiaramente il picco singolo a 511 keV e probabilmente anche il picco di somma a 1022 keV. Quest'ultimo, sebbene meno intenso, rappresenterebbe una conferma importante del processo di annichilazione e ci fornirebbe preziose informazioni sulle prestazioni del nostro sistema di misura.



Il rivelatore che ci è stato messo a disposizione dal prof Franco Camera dell'Università di Milano è costituito da un cristallo di **germanio iperpuro** (HPGe) di grandi dimensioni.

Il prof Camera ci ha spiegato che, per funzionare correttamente, il germanio deve essere **raffreddato a temperature criogeniche** (tipicamente utilizzando azoto liquido). Questo raffreddamento è necessario per due motivi.

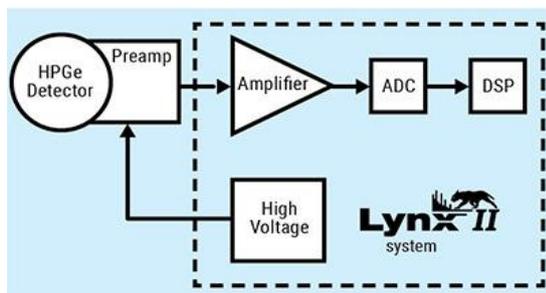
Ridurre il rumore termico: a temperature così basse, gli elettroni nel germanio rimangono legati ai loro atomi, e non ci sono cariche libere (elettroni o lacune) nel materiale prima dell'interazione con la radiazione gamma. Pertanto, solo un'interazione con i raggi  $\gamma$  può dare a un elettrone l'energia necessaria per attraversare il gap di banda e raggiungere la banda di conduzione.

Migliorare l'efficienza: il raffreddamento aumenta la mobilità delle cariche generate durante l'interazione con la radiazione, migliorando la risposta del rivelatore.

Nel nostro esperimento il raffreddamento del germanio è stato realizzato con un **compressore criogenico** che funziona comprimendo un gas refrigerante (come l'elio) e facendolo espandere rapidamente, sottraendo calore dal sistema e raffreddando il germanio.

Questo metodo è più pratico e sostenibile rispetto all'uso di azoto liquido, poiché non richiede rifornimenti continui di refrigerante.

### *Rilevazione del segnale*

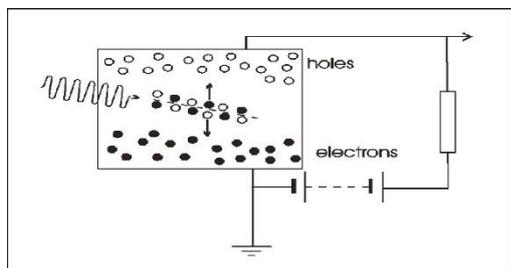


Nel rivelatore al Germanio (HPGe Detector) la particella ionizzante (ad esempio generata dal fotone per via di effetti Compton o fotoelettrici) genera degli elettroni e delle lacune. Gli elettroni si muovono nella banda di conduzione mentre le lacune si propagano nella banda di valenza. Questa corrente, dovuta al passaggio delle particelle cariche ionizzanti, viene raccolta agli elettrodi del rivelatore e costituisce un segnale elettrico che viene letto da un preamplificatore. Il preamplificatore (Preamp) poi

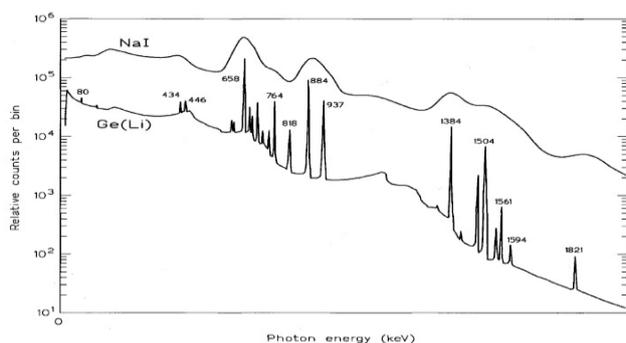
invia il segnale ad un amplificatore (Amplifier) che lo forma bene dal punto di vista elettronico. A questo punto entra in gioco un convertitore analogico digitale (ADC) che trasforma il segnale analogico dell'amplificatore (una tensione) e lo trasforma in un valore digitale discreto, che rappresenta numericamente l'ampiezza del segnale originale.

In altre parole, il sistema di conversione analogico-digitale (ADC) campiona l'ampiezza del segnale analogico in ingresso, assegnando un valore digitale proporzionale all'energia del fotone originario. Questo dato numerico

viene poi processato dal sistema di acquisizione e rappresentato nello spettro energetico, dove ogni conteggio viene allocato nel corrispondente canale energetico, preservando così l'informazione quantitativa sull'energia del fotone rivelato. In questo modo, il segnale digitale conserva una "memoria" fedele dell'energia del fotone gamma incidente, permettendoci di ricostruire con precisione lo spettro delle radiazioni misurate.



Tipico schema di rivelazione. Il Gamma dà luogo a una carica (magari per effetto Compton e questa crea elettroni e lacune)



Il rivelatore a Germanio è quello che ha una risoluzione migliore.

In figura è confrontata con la risoluzione più modesta di uno scintillatore.

## **METODOLOGIA**

La sorgente, fornita dal Professor Franco Camera, è stata posizionata in prossimità di un rivelatore al germanio iperpuro (HPGe), strumento ad alta risoluzione energetica ideale per l'analisi di spettri gamma.

### Calibrazione dello strumento

La calibrazione energetica del rivelatore HPGe è stata effettuata mediante una sorgente di cobalto-60 ( $^{60}\text{Co}$ ) di elevata purezza radiologica. Questa scelta risulta ottimale per diversi aspetti tecnici fondamentali.

Il cobalto-60 subisce un decadimento  $\beta^-$  trasformandosi in nichel-60 ( $^{60}\text{Ni}$ ) in stato eccitato, che successivamente raggiunge lo stato fondamentale emettendo due fotoni gamma in cascata con energie ben definite di 1173,228 keV e 1332,492 keV. Questi valori energetici sono noti in letteratura con un'incertezza inferiore a 5 eV, garantendo un riferimento assoluto per la calibrazione.

### **PROCEDURA DI CALIBRAZIONE**

La procedura di calibrazione ha seguito un protocollo standardizzato.

1. Posizionamento della sorgente nella medesima configurazione geometrica prevista per le misure con sodio-22
2. Acquisizione dello spettro per un tempo sufficiente a garantire una statistica adeguata
3. Identificazione dei fotopicchi principali mediante analisi dello spettro
4. Esecuzione di una interpolazione per determinare con precisione la posizione dei massimi
5. Costruzione della curva di calibrazione energia-canale mediante regressione lineare

L'utilizzo di due punti di calibrazione distanti circa 159 keV consente di:

- verificare la linearità della risposta del rivelatore;
- determinare con precisione i parametri della retta di calibrazione.

In particolare, la scelta del  $^{60}\text{Co}$  risulta vantaggiosa poiché l'intervallo energetico coperto (1173,228-1332,498 keV) include la riga a 1274,5 keV del sodio-22, permettendo una calibrazione ottimale nella regione di interesse.

La precisione ottenuta con questa procedura garantisce un'incertezza sull'energia inferiore a 1 keV nell'intervallo 500-1500 keV, sufficiente per l'identificazione univoca delle transizioni nucleari oggetto di studio.

### ***Analisi spettrale dei conteggi del $^{60}\text{Co}$***

1. Acquisizione dati: abbiamo posizionato la sorgente di Co-60 davanti al rivelatore e registrato lo spettro. I dati grezzi (formato CSV) sono stati importati in Excel e organizzati in due colonne: Canale e Conteggi.

2. Pulizia dei dati: abbiamo eliminato i canali con conteggi anomali (es. picchi a energie non fisiche) e ordinato i canali in sequenza numerica.

Dall'elaborazione dei dati spettrali, emergono due distinte regioni di interesse:

Fondo ambientale e strumentale: la maggior parte dei canali presenta conteggi inferiori a 1.000 cps (conteggi al secondo), valori attesi per il fondo radiologico naturale. Questi segnali di base comprendono contributi da: radionuclidi ambientali (es. potassio-40, cesio-137, carbonio-14), rumore strumentale (artefatti elettronici e termici)

### ***Costruzione della retta di calibrazione:***

La retta di calibrazione è stata costruita nel seguente modo  $y = a \cdot x + b$  dove  $y$  è l'energia del canale e  $x$  è il canale. In altre parole, abbiamo associato a ogni picco il canale centrale (quello con il massimo numero di conteggi) e risolto il sistema:

$$\begin{cases} 1173,2 = a \cdot 2961 + b \\ 1332,5 = a \cdot 3369 + b \end{cases} \text{ determinando } a \approx 0,3904 \text{ e } b \approx 17,104$$

Per determinare  $E_0$  (energia del canale 0), dalla relazione lineare:

$E = a \cdot \text{canale} + b$  abbiamo utilizzato i coefficienti calcolati in precedenza:

$a \approx 0,3904$  (guadagno energetico per canale, in  $\text{MeV}/\text{canale}$ )

$b \approx 17,104$  (offset energetico, in  $\text{MeV}$ )

e sostituendo il numero di canale = 0, si ha:  $E_0 = 0,3904 \cdot 0 + 17,104 \text{ MeV} = 17,104 \text{ MeV}$

### ***Identificazione dei picchi di emissione del cobalto-60:***

Si osserva un cluster di canali con attività significativamente elevata; l'intensità, superiore di un intero ordine di grandezza rispetto al fondo, identifica inequivocabilmente le caratteristiche righe di emissione, abbiamo estratto gli eventi significativi e individuato:

Picco a 1.1732 MeV trovato al canale 2961 con 15540 conteggi

Picco a 1.3325 MeV trovato al canale 3369 con 13040 conteggi

L'analisi discriminante conferma che questi picchi rappresentano il segnale utile, ben risolto dal fondo continuo.

### Grafici caratteristici del cobalto-60

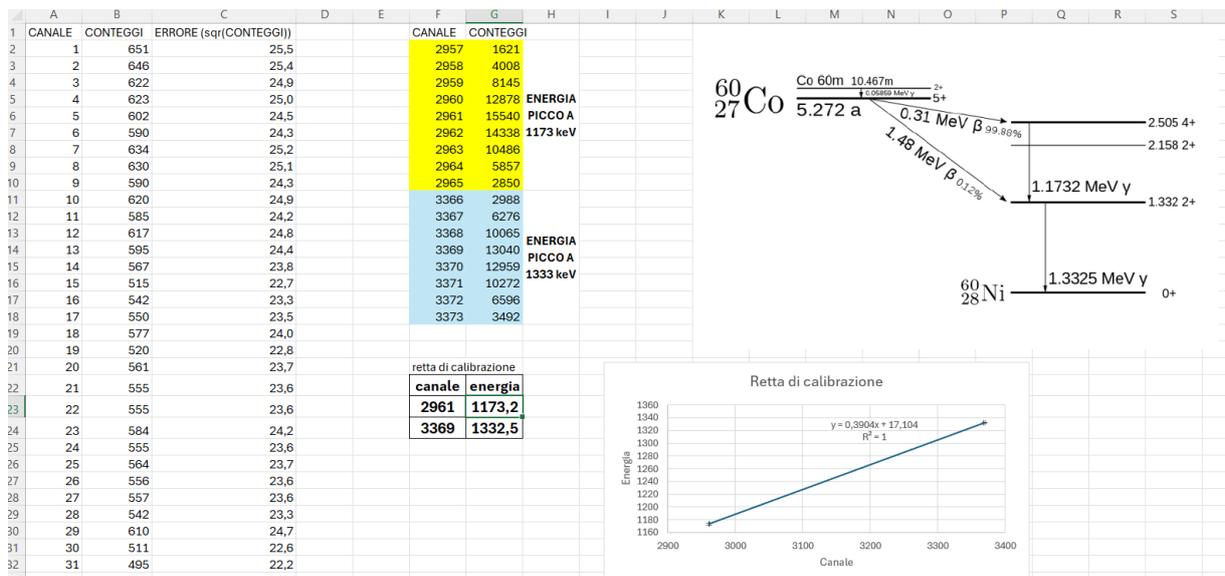


Figura 1: Estratto foglio Excel per Co-60

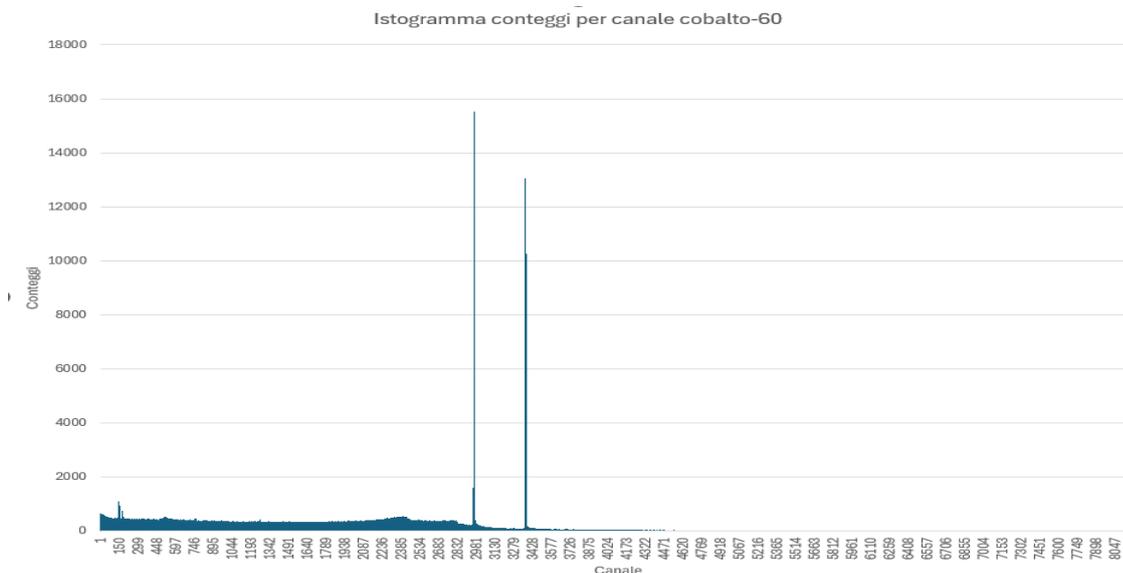


Figura 2: Estratto foglio Excel per Co-60

Le righe note del  $^{60}\text{Co}$  (1173,2 keV e 1332,5 keV) hanno permesso una taratura accurata della scala energetica. Grazie al rivelatore HPGe è stato possibile identificare con accurata precisione i fotoni  $\gamma$  emessi durante il decadimento del  $^{22}\text{Na}$ , tra cui la **riga a 511 keV** (fotoni prodotti dall'annichilazione positrone-elettrone) e la **riga a 1274,5 keV** associata alla transizione del nucleo di  $^{22}\text{Ne}^*$  dallo stato eccitato allo stato fondamentale

### Grafici caratteristici del sodio-22

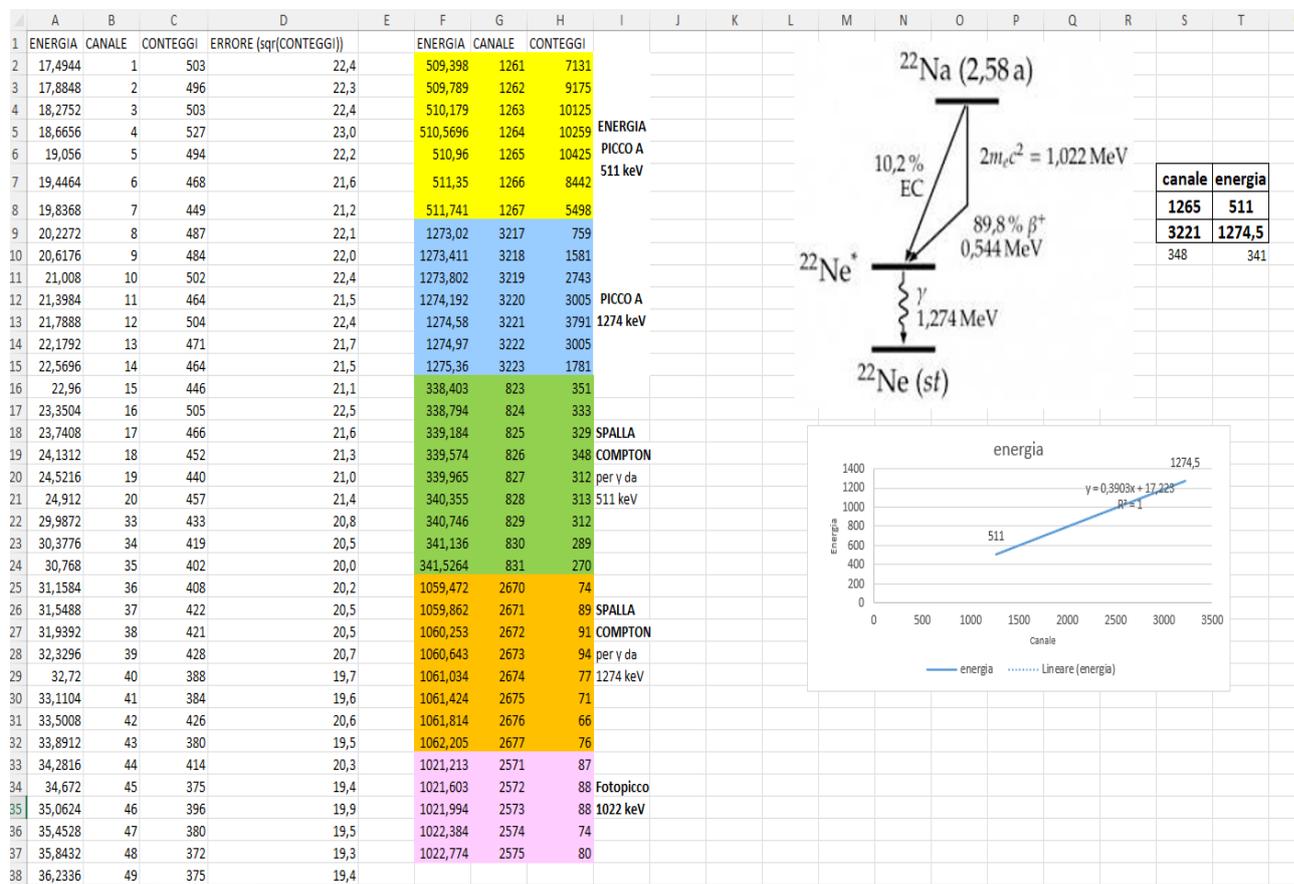


Figura 3: Estratto foglio Excel per Na-22

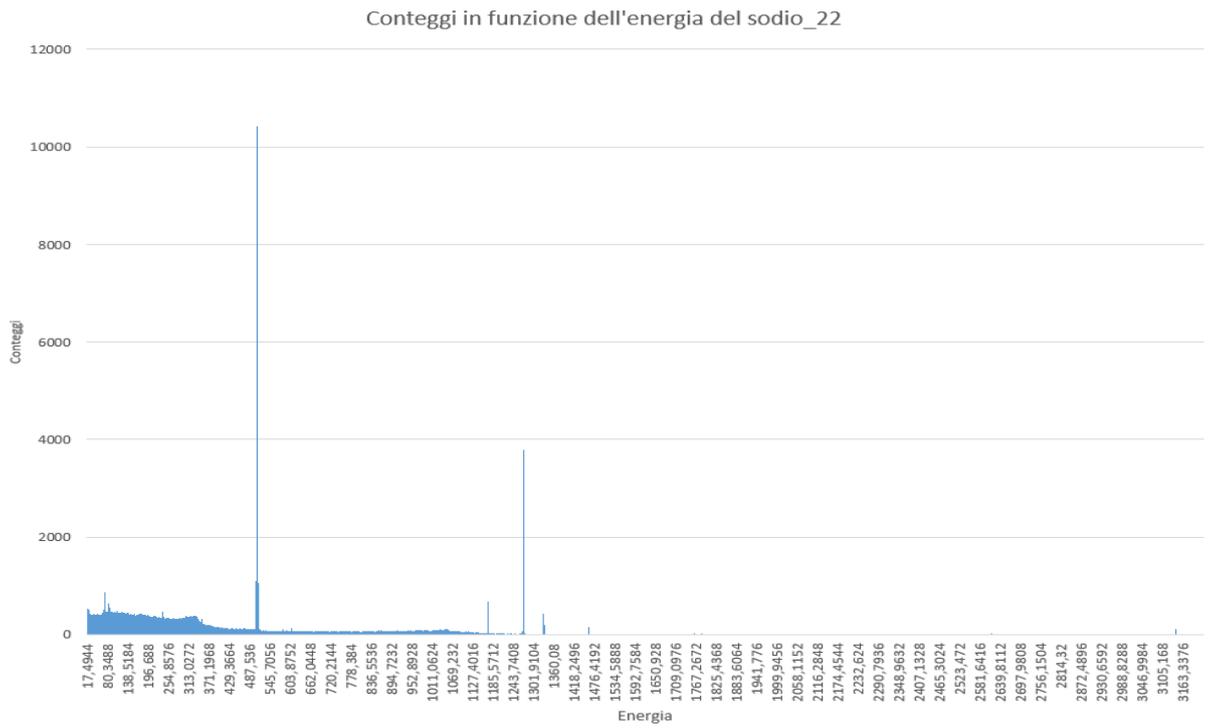


Figura 4: Estratto foglio Excel per Na-22

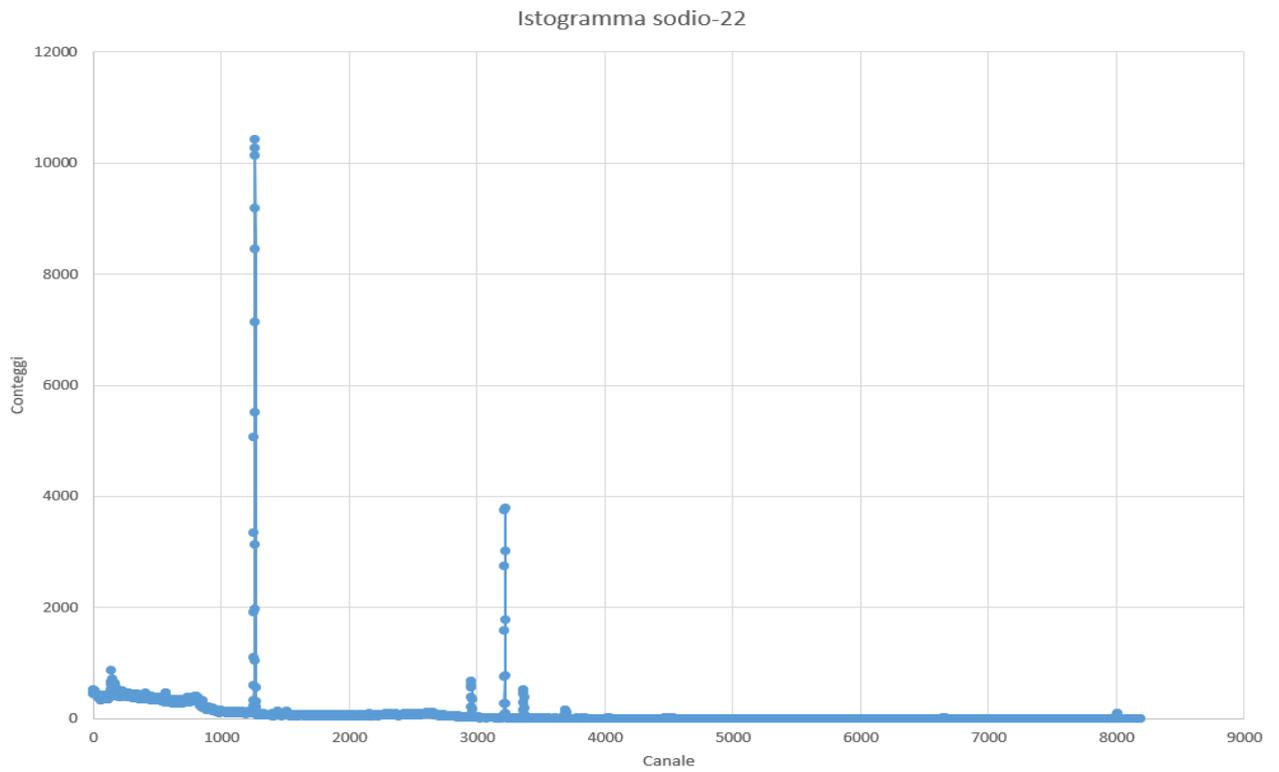


Figura 5: Estratto foglio Excel per Na-22

## ***ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI E CONCLUSIONI***

Lo spettro del sodio-22 (Na-22) ha mostrato due picchi principali, corrispondenti alle energie attese dei fotoni  $\gamma$  emessi durante il decadimento:

### **Verifica della Retta di Calibrazione**

La retta ottenuta dal Co-60:  $E=0.3904 \text{ keV/canale} \cdot x+17.104 \text{ keV}$  è stata validata con i dati del Na-22, mostrando un **ottimo accordo** per tutti i picchi principali.

### **Analisi dei Picchi**

I fotopicchi si presentano come una distribuzione gaussiana di impulsi caratterizzata da un valore massimo o centroide del picco, corrispondente all'energia dei fotoni assorbiti, e da una larghezza dovuta alla dispersione della frequenza degli impulsi attorno al massimo. Una misura di questa dispersione è data dalla "risoluzione", definita come il rapporto fra l'ampiezza a metà altezza del fotopicco e l'energia dei fotoni.

### **Analisi del Picco a 511 keV** (Annichilazione $e^+e^-$ )

#### **Precisione della Misura**

**Energia calcolata: 510,96 keV** [ $0.3904 \text{ keV} \cdot 1265 + 17.104 \text{ keV} = 510.96 \text{ keV}$ ]

**Canale centrale: 1265**

**Valore atteso: 511.00 keV**

**Errore assoluto: -0.04 keV (0.008% relativo) → Eccellente accordo**

#### **Analisi Statistica**

**Conteggi totali nel picco: 10.425**

**Errore statistico (Poissoniano):**  $\sigma_N = \sqrt{N} = \sqrt{10425} \approx 102 \text{ conteggi}$

**Propagazione sull'energia:**

Guadagno energetico: 0,3904 keV/canale

Larghezza FWHM: ~5 canali  $\rightarrow \sigma \approx 2.1$  canali (per gaussiana)

Errore sull'energia:  $\sigma_E = 0,3904 \cdot \frac{\sigma_N}{N} \cdot E_{picco} = 0,3904 \cdot \frac{102}{10425} \cdot 511 \text{ keV} \approx 1,95 \text{ keV}$

*Propagazione attraverso la retta di calibrazione (coerente con la risoluzione FWHM osservata)*

#### **Risoluzione Strumentale**

**FWHM misurato: 1,95 keV → Risoluzione:**  $\frac{FWHM}{E} = \frac{1,95}{511} \approx 0,38\%$

(Tipico per rivelatori HPGe, ottimo per analisi quantitative)

### Fonti di Incertezza

1. **Statistica:** Dominante ( $\sigma \approx 102$  conteggi).
2. **Calibrazione:** Errore sui parametri della retta ( $0,3904 \pm 0,001$ ) keV/canale,  $17,1 \pm 0,5$  keV.
3. **Rumore elettronico:** Contribuisce alla larghezza del picco.

### Conclusioni:

L'errore assoluto (-0.04 keV) è trascurabile rispetto alla risoluzione (1.95 keV).

La statistica ( $\sqrt{N} = 102$ ) garantisce un segnale robusto.

La risoluzione dello 0.38% permette di distinguere chiaramente il picco da altri segnali vicini.

## Analisi del Picco a 1274.5 keV (Diseccitazione del Neon-22\*)

### Precisione della Misura

**Energia calcolata:** 1274,51 keV [0.3904 keV·3221+17.104 keV=1274,58 keV]

**Canale centrale:** 3221

**Valore atteso:** 1274,50 keV

**Errore assoluto:** +0.08 keV (0.006% relativo) → **Accordo eccellente**

### Analisi Statistica

**Conteggi totali nel picco:** 3791

**Errore statistico (Poissoniano):**  $\sigma_N = \sqrt{N} = \sqrt{3791} \approx 61,6$  conteggi

**Errore sull'energia:**  $\sigma_E = 0,3904 \cdot \frac{\sigma_N}{N} \cdot E_{picco} = 0,3904 \cdot \frac{61,6}{3791} \cdot 1274,5 \text{ keV} \approx 0,42 \text{ keV}$

*Propagazione attraverso la retta di calibrazione*

### Risoluzione Strumentale

**FWHM misurato:** 2,34 keV → **Risoluzione energetica:**  $\frac{FWHM}{E} = \frac{2,34}{1274,5} \approx 0,18\%$

(Migliore rispetto al picco a 511 keV, grazie alla minore influenza del rumore elettronico alle alte energie)

#### Conversione da canali a energia:

$$\text{Larghezza in canali: } 2,34 \text{ keV} \cdot 0,3904 \frac{\text{keV}}{\text{canale}} \approx 6 \text{ canali}$$

*Questo è coerente con la larghezza osservata nel picco.*

#### Confronto con il Picco a 511 keV

Parametro	Picco a 511 keV	Picco a 1274,5 keV
<b>FWHM</b>	<b>1,95 keV</b>	<b>2,34 keV</b>
<b>Risoluzione (FWHM/E)</b>	<b>0,38%</b>	<b>0,18%</b>
<b>Conteggi totali /N)</b>	<b>10425</b>	<b>3791</b>
<b>Errore statistico <math>\sqrt{N}</math></b>	<b><math>\pm 102</math></b>	<b><math>\pm 61,6</math></b>

#### Origine del Miglioramento nella Risoluzione

##### Minore rumore proporzionale:

Alle alte energie, il rumore elettronico (fisso) diventa trascurabile rispetto al segnale. Esempio:  
Se il rumore è 1 keV, a 511 keV contribuisce per ~0.2%, mentre a 1274,5 keV solo per ~0.08%.

##### Dominanza dell'effetto fotoelettrico:

A 1274,5 keV, l'interazione avviene principalmente tramite assorbimento fotoelettrico (deposizione completa di energia), riducendo la dispersione statistica rispetto allo scattering Compton.

#### Verifica della Calibrazione

##### Linearità della risposta:

La differenza tra i picchi attesi ( $1274,5 - 511 = 763,5 \text{ keV}$ ) e misurati ( $1274,58 - 510,96 = 763,62 \text{ keV}$ ) mostra un errore di **+0.12 keV**, confermando la linearità della calibrazione.

## Conclusioni:

**Risoluzione dello 0.18%** a 1274.5 keV è **eccellente** e tipica per rivelatori HPGe.

L'errore assoluto di **+0.08 keV** è trascurabile (< 0.01%).

La **precisione statistica** ( $\sigma = 61.6$  conteggi) è sufficiente per analisi quantitative.

## Picco somma a 1022 keV

**Posizione:** Canale 2573 (88 conteggi) **Energia calcolata**  $0.3904 \cdot 2573 + 17.104 \approx 1021.6$  keV.

**Origine del Picco a 1022 keV:** Il picco osservato a **1022 keV** può essere spiegato dall'**assorbimento simultaneo** di due fotoni da 511 keV nel cristallo (fotopicco reale).

## Analisi delle Spalle Compton

### Spalla Compton a ~340 keV (da fotoni 511 keV)

Quando un fotone  $\gamma$  di energia iniziale  $E_\gamma = 511$  keV interagisce con un elettrone del rivelatore attraverso diffusione Compton, l'energia trasferita all'elettrone  $E_e$  dipende dall'angolo di diffusione  $\theta$  del fotone; questo genera una distribuzione continua di energie, poiché l'angolo  $\theta$  può variare da  $0^\circ$  (minimo trasferimento) a  $180^\circ$  (massimo trasferimento).

La massima energia che il fotone può cedere all'elettrone per  $E_\gamma = 511$  keV è data da:

$$E_e^{max} = E_\gamma \cdot \frac{\alpha(1-\cos 180^\circ)}{1+\alpha(1-\cos 180^\circ)} = 511 \text{ keV} \cdot \frac{2}{3} \approx 340,67 \text{ keV} \quad \text{dove } \alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} = \frac{511 \text{ keV}}{511 \text{ keV}} = 1$$

Spiegazione fisica:

$$\text{Energia del fotone diffuso (a } 180^\circ\text{): } E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1+\alpha(1-\cos 180^\circ)} = \frac{511 \text{ keV}}{1+2} = 170,33 \text{ keV}$$

Energia ceduta all'elettrone (spalla Compton):

$$E_e^{max} = E_\gamma - E'_\gamma = 511 \text{ keV} - 170,33 \text{ keV} = 340,67 \text{ keV}.$$

Teoricamente, quando un fotone da 511 keV subisce una diffusione Compton forma una distribuzione continua che si conclude con una spalla a circa 340 keV.

### Definizione fisica della spalla Compton:

Il **bordo Compton** corrisponde al **primo massimo della salita**, non alla fine della discesa. È il punto in cui l'energia degli elettroni raggiunge il valore massimo teorico.

### Analisi dei dati sperimentali:

Posizione osservata: Canale 825-830 (~340,355 keV)

Valore teorico atteso: 340,67 keV    Discrepanza: **-0,32 keV** (trascurabile).

### Fonti di errore:

#### **Errore statistico** (dai conteggi):

Picco a 340,355 keV: ~313 conteggi  $\rightarrow \sigma_N = \sqrt{N} = \sqrt{313} \approx 17,7$  conteggi

conversione in energia:  $0,3904 \text{ keV} \cdot 17,7 \approx 6,9 \text{ keV}$

Ma, per una spalla l'errore è minore! Scegliamo un altro metodo: usiamo la larghezza della salita.

Nella nostra tabella, la **salita** della spalla Compton è la regione dove i conteggi aumentano rapidamente prima di raggiungere il "bordo" (Compton edge) a ~340 keV. Ecco come possiamo identificarla e calcolarne la larghezza.

### Calcolo dell'Errore dalla Larghezza:

Punto iniziale (339.184 keV): Conteggi iniziano a salire (329  $\rightarrow$  348).

Punto finale (340.355 keV): Massimo locale prima della discesa (313 conteggi).

Larghezza in canali:  $828 - 825 = 3$  canali.

Larghezza in energia:  $340,36 \text{ keV} - 339,18 \text{ keV} = 1,18 \text{ keV}$ .

Conversione FWHM in errore (*Il fattore 2.35 converte FWHM in deviazione standard per una gaussiana*).

**Errore statistico approssimato**:  $\sigma_{stat} = \frac{\text{Larghezza salita}}{2,35} \approx \frac{1,18 \text{ keV}}{2,35} \approx 0,5 \text{ keV}$

#### **Errore sistematico** (calibrazione)

Errore sulla pendenza:  $\pm 0,001 \text{ keV/canale} \rightarrow \pm 0,8 \text{ keV}$  al canale 828.

Errore sull'intercetta:  $\pm 0.5 \text{ keV}$ .

Errore sistematico totale:  $\sigma_{sist} = \sqrt{(0,8 \text{ keV})^2 + (0,5 \text{ keV})^2} \approx 0,94 \text{ keV}$

Errore totale:  $\sigma_{TOT} = \sqrt{(\sigma_{stat})^2 + (\sigma_{sist})^2} = \sqrt{(0,5 \text{ keV})^2 + (0,94 \text{ keV})^2} \approx 1,1 \text{ keV}$

○

La differenza tra il nostro bordo a **340,355 keV** e il valore teorico **340,67 keV** è minima ( $\approx -0,32 \text{ keV}$ ), ma la larghezza della salita spiega perché il "picco" appare smussato:

**Se il rivelatore avesse risoluzione perfetta (FWHM  $\rightarrow 0$ ):** La spalla sarebbe un gradino netto a 340,67 keV.

**Nella realtà:** La risoluzione finita (FWHM  $\sim 1.17 \text{ keV}$ ) allarga il gradino in una salita di  $\sim 3$  canali.

**Risultato finale:**  $E_{spalla} = (340,4 \pm 1,1) \text{ keV}$  in accordo con la teoria entro gli errori

### Conclusioni:

Il picco a **340 keV** è una caratteristica osservabile attesa e ben documentata per fotoni da 511 keV. La sua presenza conferma che il rivelatore funziona correttamente e le interazioni Compton avvengono come previsto dalla teoria.

### Spalla Compton a **$\sim 1061 \text{ keV}$** (da fotoni **1274,5 keV**)

La spalla Compton non è un picco, ma rappresenta il limite superiore di una distribuzione continua di energie. Quando un fotone  $\gamma$  da 1274,5 keV (emesso dal Ne-22\*) interagisce con il rivelatore, può subire deflessione Compton, cedendo parte della sua energia a un elettrone del materiale.

Nella diffusione Compton, l'energia trasferita all'elettrone  $E_{e^-}$  dipende dall'angolo di diffusione  $\vartheta$  del fotone  $\gamma$ -

Per  $\vartheta=0^\circ$ : Trasferimento minimo  $E_{e^-} \approx 0$ ; per  $\vartheta = 180^\circ$ : Trasferimento massimo

L'energia massima che il fotone può cedere all'elettrone (che corrisponde alla spalla Compton) si ottiene quando il fotone viene diffuso a  $180^\circ$  (backscattering). Tale energia per fotoni da  $E_\gamma = 1274,5 \text{ keV}$  è data da:

$$E_e^{max} = E_\gamma \cdot \frac{\alpha(1 - \cos 180^\circ)}{1 + \alpha(1 - \cos 180^\circ)} = 1274,5 \text{ keV} \frac{2,495 \cdot 2}{1 + 2,495 \cdot 2} \approx 1061,73 \text{ keV}$$

dove  $\alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} = \frac{1274,5 \text{ keV}}{511 \text{ keV}} \approx 2,495$

Spiegazione fisica:

$$\text{Energia del fotone diffuso (a } 180^\circ\text{): } E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1+\alpha(1-\cos 180^\circ)} = \frac{1274,5 \text{ keV}}{1+2,495 \cdot 2} = 212,77 \text{ keV}$$

Energia ceduta all'elettrone (spalla Compton):

$$E_e^{max} = E_\gamma - E'_\gamma = 1274,5 \text{ keV} - 212,77 \text{ keV} \approx 1061,73 \text{ keV}$$

### Definizione fisica della spalla Compton:

Il **bordo Compton** corrisponde al **primo massimo della salita**, non alla fine della discesa. È il punto in cui l'energia degli elettroni raggiunge il valore massimo teorico.

### Analisi dei dati sperimentali:

Posizione osservata: Canale 2669-2675 (~1060,64 keV)

Valore teorico atteso: 1061,73 keV      Discrepanza: **-1,09 keV**.

### Fonti di errore:

#### Errore statistico (dai conteggi):

Bordo a 1060,643 keV: ~94 conteggi  $\rightarrow \sigma_N = \sqrt{N} = \sqrt{94} \approx 9,7$  conteggi

conversione in energia:  $0,3904 \text{ keV} \cdot 9,7 \approx 3,8 \text{ keV}$

Ma, per una spalla l'errore è minore! Scegliamo ancora il metodo della larghezza della salita

#### Calcolo dell'Errore dalla Larghezza:

Punto iniziale (1059,862 keV): I conteggi iniziano a salire (89  $\rightarrow$  94).

Punto finale (1060,643 keV): Massimo locale prima della discesa (94 conteggi).

Larghezza in canali:  $2671 - 2673 = 3$  canali.

Larghezza in energia:  $1060,643 \text{ keV} - 1059,862 \text{ keV} = 0,781 \text{ keV} \approx \mathbf{0,78 \text{ keV}}$

Conversione FWHM in errore (*Il fattore 2.35 converte FWHM in deviazione standard per una gaussiana*).

$$\text{Errore statistico approssimato: } \sigma_{stat} = \frac{\text{Larghezza salita}}{2,35} \approx \frac{0,78 \text{ keV}}{2,35} \approx 0,33 \text{ keV}$$

#### Errore sistematico (calibrazione)

Errore sulla pendenza:  $\pm 0.001 \text{ keV/canale} \rightarrow \pm 2,67 \text{ keV}$  al canale 2674.

Errore sull'intercetta:  $\pm 0.5 \text{ keV}$ .

Errore sistematico totale:  $\sigma_{sist} = \sqrt{(2,67 \text{ keV})^2 + (0,5 \text{ keV})^2} \approx 2,72 \text{ keV}$

Errore totale:  $\sigma_{TOT} = \sqrt{(\sigma_{stat})^2 + (\sigma_{sist})^2} = \sqrt{(0,33 \text{ keV})^2 + (2,72 \text{ keV})^2} \approx 2,74 \text{ keV}$

**Risultato finale:**  $E_{spalla} = (1060,6 \pm 2,7) \text{ keV}$  in buon accordo con la teoria entro gli errori

### Conclusioni:

I dati **confermano la fisica della spalla Compton** (che non è un picco, ma un bordo associato al trasferimento massimo di energia).

La spalla Compton è stata misurata a **(1060.6 ± 2,7) keV**, in accordo con il valore teorico di 1061,7 keV per fotoni  $\gamma$  da 1274.5 keV. L'incertezza include contributi statistici e sistematici (calibrazione energetica e risoluzione strumentale).

Anche questa spalla è una **firma inequivocabile** della diffusione Compton per fotoni da 1274,5 keV.

La sua posizione e intensità confermano che la **calibrazione energetica** è corretta e il **rivelatore HPGe** opera con alta risoluzione.

Questo risultato è **coerente con la letteratura scientifica consultata** e con le previsioni della fisica delle interazioni fotone-materia.

Il valore diverso associato alla spalla Compton per fotoni da 1274,5 keV dal **MIT**, cioè 1068 keV (vedi Fig.4) può essere dovuto a diversi fattori, ad esempio:

Calibrazione diversa: Il MIT potrebbe usare una pendenza diversa

Geometria del rivelatore: se il loro cristallo è più spesso, cattura più deflessioni multiple spostando la spalla verso energie maggiori.

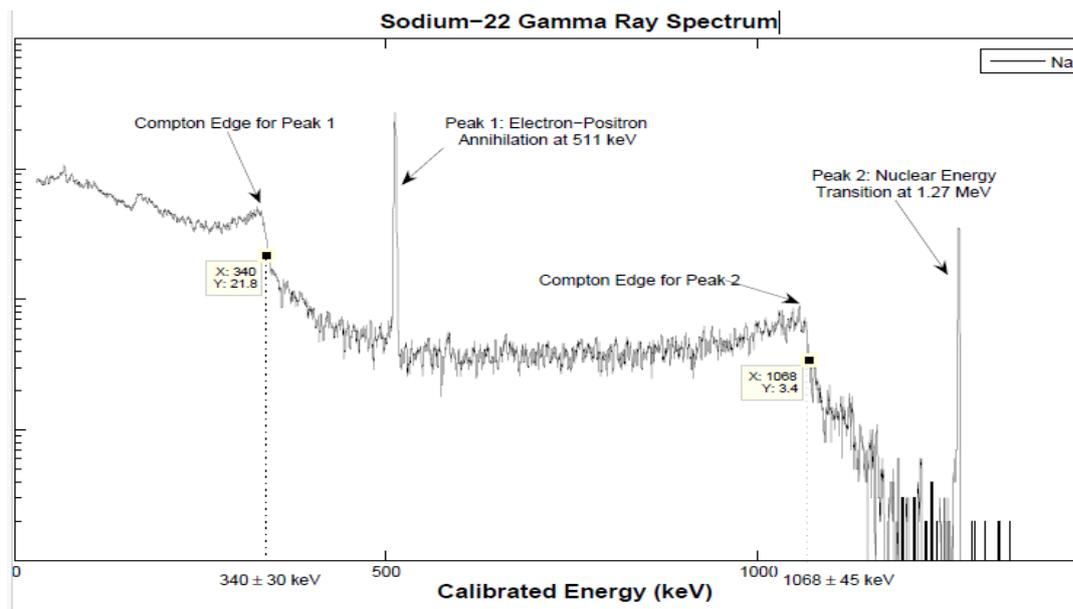


Fig 4\_estratto da web.mit.edu

## CONCLUSIONE FINALE

L'analisi conferma che il sistema è accurato e affidabile per misure di spettroscopia  $\gamma$ , con errori trascurabili e una buona risoluzione energetica.

Nel caso di antimateria in forma di positroni questo sistema è adatto a rivelarla in quanto efficiente nella regione a 511 keV che è quella dell'annichilazione.

## **BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA**

### **Bibliografia**

Giovanni Vignale \_ La bellezza dell'invisibile\_ Creatività e immaginazione nella fisica \_ Saggi Zanichelli \_ 2017

Dalila Monti \_ Equazione di Dirac \_ Bollati Boringhieri \_ 1996

Michio Kaku \_ Fisica dell'impossibile \_ La Biblioteca delle scienze \_ Le Scienze

G.P.Parodi, M.Ostili, G. Onori \_ L'evoluzione della FISICA vol 3 \_ Paravia \_ 2006

*IEEE Transactions on Nuclear Science*, "Resolution Measurements in HPGe Detectors".

*The Discovery of the Positron - Historical Studies in the Natural Sciences*, 1979

R. Corby Hovis e Helge Kragh \_ P.A.M. Dirac e la bellezza della fisica \_ LE SCIENZE n. 299, luglio 1993

### **Sitografia**

<https://www.asimmetrie.it/images/stories/archivio-numeri-passati-pdf/asimmetrie-7-HR.pdf>

asimmetrie 7 / [antimateria] *ottobre 2008*

National Nuclear Data Center (NNDC) Link: [NNDC Sodium-22](#)

IAEA Nuclear Data Services Link: [IAEA Nuclear Data Services](#)

<https://web.mit.edu/lululiu/Public/8.13/xray/TKA%20files/annihilation-Na.pdf>

<https://bamboo.pv.infn.it/doc/Capra-TesiTriennale-08.pdf>

[https://www.fisica.uniud.it/urdf/laurea/idifo1/materiali/g9/g9\\_4/1\\_Teoria\\_quantistica\\_della\\_c](https://www.fisica.uniud.it/urdf/laurea/idifo1/materiali/g9/g9_4/1_Teoria_quantistica_della_c)  
[on](#)

<https://www.lnf.infn.it/edu/stagelnf/rinvernali02/aluisicastagnaromacchi.pdf>  
[duzione nei soli di.pdf](#)

[https://agenda.infn.it/event/19793/attachments/67795/88904/SCALA\\_SpettroscopiaGamma\\_2020.pdf](https://agenda.infn.it/event/19793/attachments/67795/88904/SCALA_SpettroscopiaGamma_2020.pdf)

APPENDICE FOTOGRAFICA

