

LUCE OMBRE GEOMETRIA

le trasformazioni geometriche nella secondaria di primo grado

di Annamaria Berrino*

Una giornata di sole mentre si studiano i fenomeni luminosi secondo il modello dell'ottica geometrica e l'insegnante coglie la possibilità di introdurre le trasformazioni geometriche in una forma non astratta. Nasce un percorso che coinvolge i ragazzi in una attività sperimentale a gruppi con un suo particolare fascino, documentato dalle fotografie. Utilizzando solo materiale povero per permettere agli allievi di cimentarsi anche da soli in un lavoro casalingo. Questo contributo racconta il percorso didattico attraverso i testi e le immagini tratte dai cartelloni che i ragazzi hanno costruito, con la guida dell'insegnante, come sintesi delle attività svolte.

La trattazione dei fenomeni luminosi ci ha dato l'occasione, cogliendo al volo una rara giornata di sole, di riflettere sulle ombre prodotte da un oggetto illuminato.

Divisi in gruppi, abbiamo affrontato le varie situazioni che si possono presentare quando un oggetto è colpito dai raggi luminosi: sono state variate la sorgente di luce (sole, proiettore, lampada da tavolo), la posizione dell'oggetto illuminato e quella del piano di proiezione rispetto alla sorgente.

Nei diversi casi, pur utilizzando come oggetti le stesse figure geometriche, si sono ottenute ombre anche molto diverse: con il sole i contorni sono molto netti perché i raggi sono fra loro paralleli, mentre con le altre sorgenti compare la penombra.

Studiando le ombre dal punto di vista geometrico, abbiamo avuto modo di parlare di trasformazioni. Le ombre prodotte dal sole sono quelle che mantengono il maggior numero di invarianti: a seconda della posizione della figura si ottengono traslazioni o affinità.

Rappresentando queste trasformazioni sul piano cartesiano abbiamo potuto notare come cambiano le leggi passando dalle isometrie alle omotetie, alle affinità: a questo scopo ci siamo serviti delle conoscenze di algebra appena apprese.

È stato un lavoro molto interessante, che ci ha permesso di collegare conoscenze di discipline diverse in un unico discorso; lavorando insieme abbiamo potuto utilizzare le capacità di ognuno per un buon risultato finale.

* Docente di Matematica e Scienze nella Scuola secondaria di primo grado "Regina mundi" di Milano. L'insegnante partecipa al Gruppo di ricerca *Educare insegnando*, promosso dall'Associazione "Il rischio educativo" di Milano.



Trasformazioni topologiche

Per eseguire questo esperimento abbiamo utilizzato i seguenti strumenti: una pentola, un piano concavo (simile al coperchio di una pentola), una striscia in lega metallica flessibile, un piattino, una squadra, una penna, un cilindro, un cartoncino con una forma geometrica (in questo caso il quadrato), una matita, linee aperte (in questo caso due bacchette di legno) linee chiuse (in questo caso un cerchio disegnato su un foglio).



Mettendo la squadra davanti alla pentola, e davanti alla striscia metallica, si può notare che l'immagine risulta visibilmente deformata, la squadra sembra infatti ricurva, diventando quasi un goniometro.

Lo stesso fenomeno appare anche con le due bacchette che si curvano allo stesso modo, anche se messe in modo da essere parallele tra loro; il parallelismo rimane, nel senso che le linee continuano a mantenere la stessa distanza.



Se si mettono una penna e un cilindro sopra un piatto davanti alla pentola o alla striscia metallica, la loro posizione non cambia, cioè ciò che è dentro rimane dentro e ciò che è esterno rimane all'esterno e il cilindro si allunga e dà l'impressione di essere un rettangolo.



Mettendo il cartoncino a forma di quadrato di fronte alla pentola o alla striscia metallica succede la stessa cosa del cilindro, diventando quindi una forma a quattro lati anche curvi.

Qualsiasi oggetto venga messo davanti al piano concavo verrà visto al contrario, ma c'è un particolare sorprendente, mettendo infatti la mano o avvicinando qualcosa il più possibile alla superficie, anche toccandola, l'immagine appare normale.

Mettendo la matita al centro del piano concavo si può osservare che non segue una linea retta, ma si sposta verso sinistra.

In tutti i casi l'immagine viene quindi deformata, tranne che per una figura: il cerchio che mantiene la sua posizione e non cambia,

certo se il piano è troppo convesso è certamente possibile che diventi un ovale, ma davanti alla pentola mantiene la sua circonferenza invariata.

Tutto ciò che abbiamo osservato si può spiegare grazie al fenomeno della riflessione, e visto che non abbiamo usato superfici piane ma ricurve, i raggi di luce non vengono deviati nella stessa direzione, bensì tutti in direzioni diverse.

Trasformazioni proiettive

Materiale: un foglio di carta bianca, un plexiglass, due quadrati diversi, due rettangoli diversi, una lampada elettrica, una scatola di matite colorate, una matita grigia.

Dopo aver messo sul tavolo il foglio bianco, che fa da schermo di proiezione, abbiamo fissato sul plexiglass diverse forme geometriche come quadrati e rettangoli.

Sollevando poi in obliquo il plexiglass e cambiando quindi l'inclinazione delle figure rispetto ai raggi della lampada da tavolo abbiamo ripassato il contorno delle ombre che si producevano sul foglio.

Cosa vediamo?

Se allontaniamo o avviciniamo le forme verso la luce, vediamo che le ombre delle figure posizionate sul plexiglass si ingrandiscono o si rimpiccioliscono ma mantengono sempre lo stesso numero di lati.

L'ombra di un quadrato può essere un rettangolo, un parallelogramma o anche un trapezio.

Allontanando le figure rispetto al piano di proiezione le ombre sono meno delineate e ci sono pure le penombre.

Esperimento a



Materiale: proiettore per diapositive, foglio bianco usato come piano di proiezione, forme geometriche fissate su una lastra di vetro.

Ponendo la lastra inclinata rispetto ai raggi e quindi non parallela al piano di proiezione, abbiamo osservato le ombre. Le figure proiettate cambiano la forma ma non il numero dei lati. Un quadrato può diventare anche un trapezio o un quadrilatero senza lati paralleli.

In seguito abbiamo inclinato il foglio trasparente rispetto a quello bianco e abbiamo messo la lampada davanti alla figura geometrica e abbiamo notato che l'immagine di partenza, un quadrato, si deforma e diventa un trapezio, invece se la lampada rimane di fronte alla figura l'ombra sembra in proiezione avendo come fuoco la sorgente luminosa.

Esperimento b



Esperimento c *Materiale:* sorgente (luce artificiale, una lampada da tavolo), foglio bianco, foglio trasparente lucido, forme geometriche di cartone.

Abbiamo posto il foglio bianco in posizione orizzontale tenendo sopra parallelamente il foglio trasparente su cui avevamo preventivamente fissato una forma geometrica in cartone. Abbiamo acceso la luce e l'abbiamo diretta verso il foglio trasparente.

Abbiamo notato che se i due fogli sono paralleli l'ombra appare deformata e se noi allontaniamo la lampada l'immagine proiettata si rimpicciolisce e viceversa.

In seguito abbiamo inclinato il foglio trasparente rispetto a quello bianco e abbiamo messo la lampada davanti alla figura geometrica e abbiamo notato che l'immagine di partenza, un quadrato, si deforma e diventa un trapezio, invece se la lampada rimane di fronte alla figura l'ombra sembra in proiezione avendo come fuoco la sorgente luminosa.

Trasformazioni omotetiche



Per questo esperimento abbiamo utilizzato un proiettore in una stanza oscurata.

Per prima cosa, dopo aver puntato la luce prodotta dalla nostra sorgente verso il muro, abbiamo attaccato su di esso un cartellone per poter disegnare le ombre delle figure. Poi abbiamo attaccato due figure geometriche, un trapezio e un quadrato, su una lastra di vetro e l'abbiamo posta in modo che le figure e il piano di proiezione, ovvero il cartellone, fossero paralleli tra di loro, ma perpendicolari ai raggi.

Allontanando e avvicinando le figure alla sorgente abbiamo capito che le ombre delle figure si ingrandivano o si rimpicciolivano e quindi quelle originarie

erano simili a quelle ottenute, infatti le forme e l'ampiezza degli angoli non cambiavano ma mutava la lunghezza dei lati.

Inoltre abbiamo potuto constatare che più allontanavamo le figure dalla sorgente e più i loro margini apparivano imprecisi, fino ad arrivare a essere sdoppiati, questo perché si creava una zona di penombra.

Trasformazioni affini

Per questo esperimento abbiamo utilizzato come sorgente luminosa il Sole. Ponendo la figura non perpendicolare ai raggi e il piano di proiezione orizzontale abbiamo variato l'inclinazione della figura, triangolo e quadrato, che avevamo preventivamente fissato su una lastra di vetro.

Grazie ai raggi del sole viene proiettata l'ombra della figura sul piano di proiezione.

Se come figura di base abbiamo un poligono regolare, per esempio un triangolo equilatero, otteniamo triangoli isosceli, scaleni ed equilateri. Se invece come figura di base abbiamo un quadrato otteniamo un parallelogramma, un rombo e un romboide.

Quindi possiamo dedurre da questo fenomeno che dall'inclinazione sia dei raggi che dalla figura si possono ottenere varie figure, ma in tutte le ombre si mantiene il parallelismo dei lati.



Trasformazioni isometriche

Materiale: una lastra di vetro trasparente, varie forme geometriche, un cartoncino bianco grande, matita, gomma, nastro adesivo, righello o squadra, luce solare.

Abbiamo preso la lastra di vetro e vi abbiamo fissato la figura geometrica; ci siamo assicurati che il cartoncino bianco su cui avremmo osservato le ombre fosse completamente illuminato dal sole e fosse senza pieghe.

Abbiamo iniziato col mettere la lastra con la figura parallela al piano a un'altezza di 2-3 cm per avere la figura di base. Mentre uno di noi teneva la lastra, un compagno segnava i vertici dell'ombra che in un secondo tempo abbiamo unito con l'utilizzo di un righello o di una squadra. Ripetendo la medesima operazione, ma posizionando la lastra a un'altezza di 5 cm e poi di 10 cm, abbiamo ottenuto diverse immagini della figura di partenza.

Possiamo osservare che l'ombra della figura si sposta, senza cambiare forma né dimensioni rispetto alla figura di partenza, possiamo quindi dedurre che si tratta di una trasformazione detta *traslazione*.



Classificare

In un successivo lavoro in classe abbiamo individuato gli invarianti e ordinato le trasformazioni in base al numero degli invarianti, da quelle topologiche che ne hanno meno a quelle isometriche in cui cambia solo la posizione nel piano.

Abbiamo anche notato che in questo ordinamento tutti gli invarianti della trasformazione precedente si mantengono e se ne aggiungono altri.

Riportando le figure e le trasformazioni sul piano cartesiano (solo per trasformazioni isometriche, omotetiche, affini) e osservando il cambiamento delle coordinate dei punti abbiamo ipotizzato delle leggi generali valide per tutte le trasformazioni di quel tipo e le abbiamo verificate applicandole con figure date. ❖

