

UNA SCIENZA PIENA DI EMOZIONI

INTERVISTA A BENOÎT MANDELBROT*

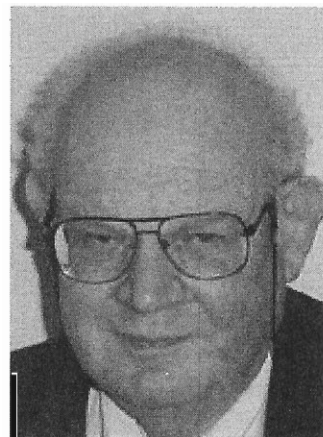
a cura di Paolo Musso

Benoît Mandelbrot, uno dei più grandi matematici del Novecento (ma anche fisico ed economista, come egli stesso tiene a puntualizzare), è lo scopritore dei frattali, oggetti matematici dalle caratteristiche inusuali. I frattali possono essere di una complessità estrema, pur scaturendo in genere da regole generative molto semplici. Ma soprattutto sono oggetti bellissimi. La loro singolare somiglianza con le forme di moltissimi oggetti naturali fa legittimamente sospettare che tale bellezza sia soltanto il riflesso di una verità più profonda, che oggi riusciamo appena a intuire, sul mondo che ci circonda e sul rapporto che la nostra mente intrattiene con esso. Intervistare Mandelbrot è un'esperienza unica: il suo modo di parlare, così come la sua stessa vita, sono intessuti di una complessità surreale e paradossale, eppure al tempo stesso familiare, che sembra riflettere in qualche modo una traccia di quella misteriosa bellezza che gli è stato dato di scoprire, e della quale almeno una parte della sua mente sembra sempre essere in costante contemplazione. Ma ciò, ben lungi dal renderlo astratto e lontano, gli dà invece una singolare capacità di penetrazione anche in relazione a temi concreti e attuali, come il problema delle decisioni in condizioni di incertezza e quello dell'insegnamento della matematica.

Come scopri i frattali e quali sono le principali caratteristiche di questi strani e bellissimi oggetti?

La geometria frattale è sorta molto gradualmente dal basso verso l'alto. Non mi sono svegliato una mattina dicendo «Eureka, ho trovato». Ho cominciato a interessarmi della complessità, di forme molto complesse, moltissimi anni fa,

molto tempo prima che diventasse di moda: la mia tesi di dottorato, cinquant'anni fa, riguardava già un tema molto vicino ai frattali. Ho studiato per tutta la vita i fenomeni complessi: non in modo generale e astratto, ma cominciando con alcuni precisi fenomeni da cui potevo ricavare qualcosa e poi passando ad altri e ad altri ancora; dopo alcuni anni i miei diversi studi si trovarono riuniti



*Nato a Varsavia nel 1924, attualmente è *Sterling Professor* di Scienze Matematiche alla *Yale University* di New Haven (USA).

Intervista rilasciata a Rimini il 21 ottobre 2002 in occasione del convegno *Il corno di Heindall*, organizzato dal Centro Ricerche "Pio Manzù".

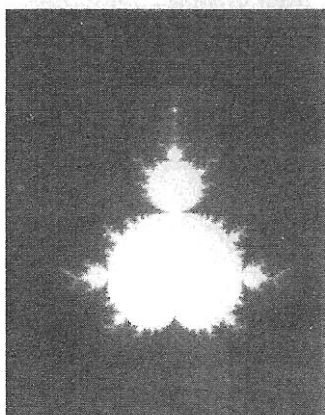
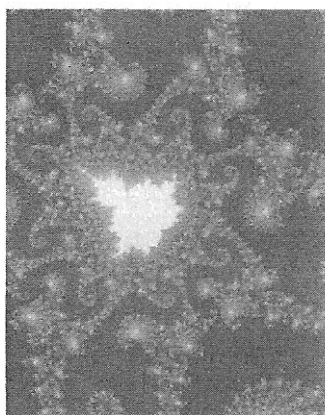
in qualcosa di più grande, che riconobbi essere un nuovo approccio alla descrizione, alla comprensione e alla spiegazione del mondo e che chiamai geometria frattale.

La principale caratteristica dei frattali è semplice: sono uguali quando li guardi da molto vicino o da molto lontano. Può sembrare una formulazione molto semplice, molto banale, per una grande teoria, ma in realtà ho scoperto un vastissimo spettro di fenomeni che hanno questa proprietà, e qualche altra in aggiunta, in ogni parte della natura e anche della cultura.

La strana bellezza di alcune di queste forme non era il mio obiettivo, è venuta come una sorta di «premio extra», un premio in aggiunta al compenso che ho ricevuto nel comprendere meglio la natura e la cultura. Il fatto che i frattali siano belli è molto significativo, perché accenni, schizzi, idee dei frattali possono essere riconosciuti in molte opere d'arte di ogni tempo: fin da prima dell'invenzione della scrittura, essi sono stati là da tempo immemorabile, prima che ci venisse in mente di riscoprirli.

Spesso la gente guarda alla scienza come a qualcosa di importante, ma freddo e privo di emozioni. Invece nella sua vita e nel suo lavoro la bellezza e lo spirito di avventura sono sempre stati molto importanti...

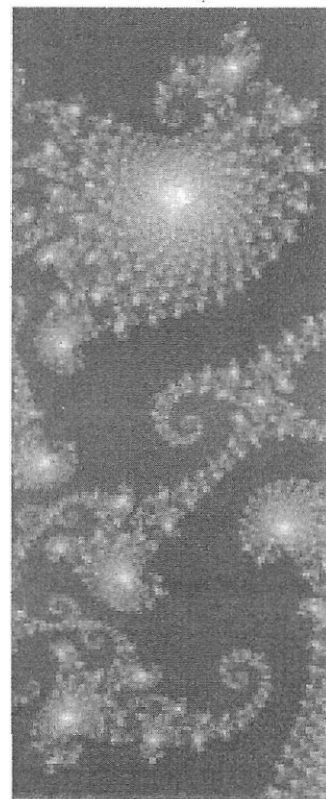
La mia vita è stata complicata innanzitutto dalle catastrofi del XX secolo. Poi, quando le condizioni esterne sono diventate tranquille, ho continuato a giocare d'azzardo, a rischiare, a cercare l'avventura: non sono rimasto in campi già esplorati, ma, al contrario, ho studiato fenomeni che nessuno stava studiando e che erano visti dai miei amici come «indegni». Usando i termini del sistema delle caste dell'India, potrei dire che la matematica pura e la fisica teorica sono esercizi «braminici»: solo le persone della casta alta se ne servono, perché sono «puliti»; non c'è altro che l'astratto, l'ideale; sono lontani dallo «sporco» e dalla confusione di ogni giorno. Ma io guardavo a fenomeni che i matematici generalmente disprezzano: la struttura «sporca», la struttura dell'irregolarità, delle superfici irregolari, non la struttura di superfici piane ideali. Anche quando studiavo l'andamento dei mercati finanziari, molto tempo fa, nei tardi anni Cinquanta e nei primi Sessanta, ben prima che tali questioni diventassero «rispettabili» nei circoli scientifici, la gente si faceva beffe di me chiedendosi che razza di ordine si poteva trovare in fenomeni così confusi. Forse avevo la personalità adatta a cercare problemi interessanti indipendentemente dal fatto che fossero degni della casta dei bramini o propri degli intoccabili che spazzano le strade.



Dopo tutte queste resistenze la geometria frattale è oggi pienamente accettata dai matematici?

Bene, innanzitutto oltre che un matematico io sono anche un fisico e un economista. Nella matematica pura la geometria frattale per qualche tempo venne recepita con alcune riserve: alcuni matematici, non tutti, furono molto sorpresi e forse alcuni non furono contenti del modo in cui io stavo procedendo, facendo congetture matematiche. Ma questo è il passato, questo era molto tempo fa. Oggi, nel 2002, una branca solida e molto ampia dell'analisi matematica riguarda il provare, il migliorare e l'andare oltre alcune congetture che ho formulato nei miei libri. L'idea che le nuove domande matematiche nascano principalmente dalle vecchie domande matematiche non è più condivisa da tutti. Alcuni pensano ancora che io sia il diavolo, ma una parte sostanziale e molto influente dei matematici la pensa altrimenti. In ogni caso, sono *Sterling Professor* di Scienze Matematiche alla *Yale University*, che è una grandissima università, quindi almeno alcune persone pensano che io vada bene come matematico. Anche tra i fisici, alcuni non condividevano, e continuano a non condividere, il fatto che non mi piace studiare un fenomeno senza «vederlo». Comunque ho ricevuto il *Wolf Premium* per la fisica quasi dieci anni fa. In generale, si potrebbe dire che poiché non ho seguito la moda, ma ho

badato solo alla mia strada, per la maggior parte del tempo non sono stato automaticamente accettato, ma penso che questo sia normale: capisco molto bene perché una disciplina ben organizzata opponga resistenza a qualcuno che, attraverso metodi non standard, la cambia. Ma il fatto principale che rimarrà dopo che me ne sarò andato, dopo che tutte le persone che sono state scontente del mio lavoro se ne saranno andate, sarà di aver aperto di nuovo la matematica all'impulso proveniente in particolare dall'occhio, e anche dalla fisica. Ho posto domande matematiche di difficoltà estremamente grande, alcune delle quali sono così difficili che sono ancora aperte, nonostante che centinaia di persone estremamente brillanti abbiano tentato di provarle. In matematica il valore di un lavoro è determinato da due elementi: l'originalità delle domande e la difficoltà e brillantezza delle risposte. I più grandi matematici fanno entrambe le cose. Molti matematici spendono tutta la vita nel migliorare le prove che altri hanno già dato di fenomeni noti. Io sono all'altro capo della matematica: sono la persona che fornisce nuove domande, che all'inizio sono spesso disprezzate perché sembrano facili e semplici, collegate con l'osservazione e con la mia abilità nell'analizzare le figure e nel vedere configurazioni e strutture che altri non hanno visto. Ma dopo alcuni anni, quando dieci, venti, cento brillanti matematici hanno fallito nel provarle, cominciano a esse-



re guardate con grande rispetto. A questo punto della mia vita c'è la congettura, formulata nel mio libro del 1982, che il moto browniano abbia un contorno di dimensione $4/3$. È uno dei poli di più intensa attività dell'analisi matematica: la prova infatti è estremamente difficile e ha dato origine a un numero estremamente grande di altri brillanti lavori.

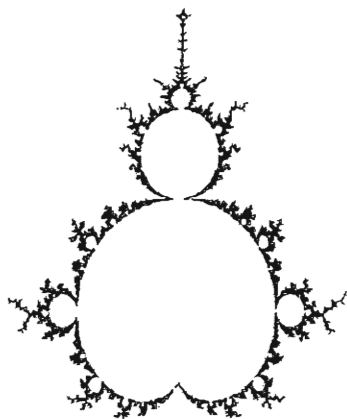
Lei parla spesso di matematica sperimentale, ma, come ha appena detto, anche le dimostrazioni sono importanti. Così, qual è il giusto rapporto tra le due cose?

Non ho mai preteso di aver dato una prova della congettura dei $4/3$, affermo di aver «osservato» $4/3$ sperimentalmente, ovvero con l'aiuto dei miei occhi. Di nuovo, alcune persone sono migliori nel provare e alcune lo sono nell'iniziare. Io non ho dimostrato nessun teorema difficile (bene, l'ho fatto, ma non voglio che lei li menzioni); ho spesso provato teoremi sotto condizioni cruciali, congetturalmente assurde, semplicemente per mostrare che la prova sotto quell'insieme di condizioni era facile, ma risultava invece molto molto difficile sotto le condizioni generali. Così l'importanza della dimostrazione non cambia. La mia considerazione per l'importanza della differenza fra prova matematica e congettura è la stessa di tutti. Comunque la maggior parte dei matematici dimentica che le idee

matematiche vengono da qualche parte, e quel «da qualche parte» può essere disprezzato come di non nobile nascita, come di bassa casta, ma comunque è necessario. E io ho fornito alla matematica un grandissimo numero di domande che hanno richiesto ad altre persone molti molti anni o per provarle o semplicemente per capirle meglio: perché la mia più importante congettura è ancora aperta.

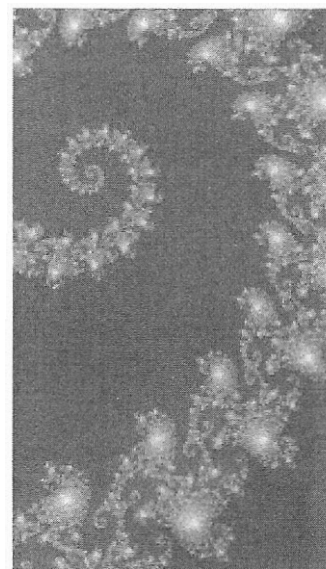
I frattali hanno fornito una migliore comprensione della natura, ma non sempre la possibilità di fare previsioni. Paradossalmente questo ha anche un valore positivo, perché esiste tuttora una forte tendenza positivista a identificare le due cose: in altri termini, la scienza non sarebbe vera, non sarebbe una forma di conoscenza, ma si ridurrebbe alla capacità di fornire previsioni affidabili. I frattali dimostrano che ciò non è vero. Tuttavia, è possibile fare «anche» previsioni usando i frattali?

Prima di tutto io ho fatto una nettissima distinzione, che in un certo senso non è stata ancora tenuta nel giusto conto, fra tre livelli del discorso scientifico. Il primo livello è quello deterministico: la meccanica sotto estese condizioni dice che può spiegare il comportamento dei pianeti intorno al Sole e anche predirlo, e lo fa davvero, con una precisione straordinariamente buona!



Poi, e questo è il secondo livello, oltre cento anni fa si realizzò che ci sono situazioni non così esattamente definite. Per esempio, in meccanica statistica c'è un elemento di rumore, sovrapposto al fenomeno generale; è ciò che io ora chiamo rumore «dolce»: se non si vuole una previsione troppo precisa si può fare la media sul rumore e questo svanisce. Così, il fatto che questi fenomeni siano pienamente spiegati permette di fare previsioni, anche se solo su sistemi sufficientemente ampi. Quello che ho sostenuto per molti anni, fin dagli anni Sessanta, è che dobbiamo distinguere un altro livello di casualità; per evidenziarlo l'ho chiamato *wild randomness* (casualità selvaggia). In molti casi si può prevedere esattamente la distribuzione della casualità selvaggia: si può «sapere» come le osservazioni si distribuiranno, ma questa distribuzione ha una natura che non dà una media man mano che aumenta la dimensione. Il miglior esempio è quello di una linea di costa. Se prendete una linea retta, infatti, quella va avanti sempre uguale: una linea di costa invece no, perché prima gira perché trova una baia, poi un promontorio, una penisola. E a «qualsiasi» scala la guardate questo fenomeno si ripresenta. Così ci sono casi in cui tutto è completamente spiegato, ma è imprevedibile, nel senso che c'è qualche errore presente a tutte le scale. Ora, predicibilità significa potere (per questo molte persone mettono in evidenza che la scienza è potere); così, mancanza di

predicibilità uguale perdita di potere. Ma in molti casi, per questioni di sopravvivenza, ci si deve misurare con la predicibilità incompleta. Se per esempio si prende in considerazione il sistema economico, c'è un livello a cui voi volete fare previsioni: è il livello dell'individuo che specula, che vuole prevedere i prezzi che vanno su e giù. Questo è in un certo senso un piccolo livello locale. C'è anche il livello a cui una grande compagnia vuole prevedere se il prezzo del rame andrà su o giù, perché se andrà su comprerà azioni e se andrà giù le venderà. Ma, di nuovo, queste istituzioni non hanno nessun potere sul sistema economico che, d'altra parte, non è mai stato studiato realisticamente per trovare le regole che rendono questa imprevedibilità più o meno pericolosa per la società. Penso che anche nel caso in cui non si possa prevedere si deve comprendere e si deve spiegare; si deve «affrontare» l'imprevedibilità, quella che ho chiamato «casualità selvaggia». D'altronde questo non è un problema nuovo: quando i navigatori iniziarono a costruire navi sapevano che il tempo è in genere più o meno buono, ma non sempre; però le navi non si costruiscono su questa base, ma sulla previsione della «peggior» tempesta a cui si vuole sopravvivere. Perciò è molto importante il fatto di incorporare nel progetto un'idea «completa» del rischio: più lungo è il viaggio, più lungo è il periodo di tempo, più sicuri si vuole essere, più importante è avere come



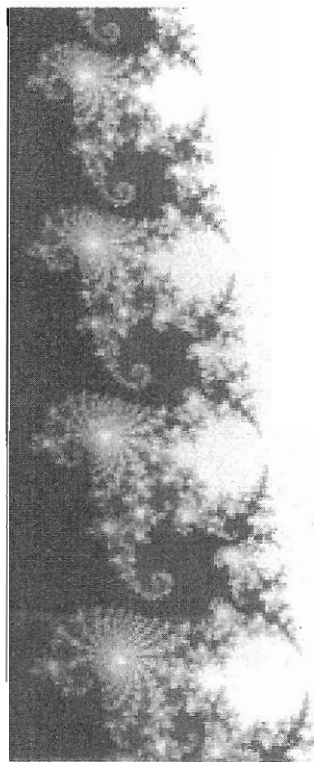
riferimento gli eventi estremi. Così si costruisce una nave che per la maggior parte del tempo è «ridicolmente» sovrappeso a causa delle precauzioni anti-tempesta. Penso che il problema di fare previsioni in un ambiente molto rischioso meriti molta più attenzione di quanta gli scienziati gliene abbiano dedicata finora. C'è qualcosa di terrificante a proposito dei rischi di cui sto parlando, perché essi sono relativi a fenomeni nei quali si può essere in dubbio su come fare: così i grandi rischi, anche se di per sé sono di bassa probabilità, devono ugualmente essere presi in considerazione.

Lei ha scritto un libro sull'insegnamento della matematica attraverso i frattali. Cosa ci può dire in proposito?

L'idea principale è questa. Dopo aver scoperto i frattali realizzai che la geometria è una struttura straordinariamente grande che poggia su una base intuitiva molto molto piccola. In un certo senso, il bambino primitivo, che viveva in una società in cui i pavimenti non sono piatti perché sono solo rozza fanghiglia, i muri non sono dritti perché sono solo rami di alberi, non ha esperienza di forme semplici. In altri termini, per gli uomini primitivi, intendo vissuti fino a solo tremila anni fa, pochissime cose di ordinaria esperienza erano semplici, diritte o rotonde. All'opposto, tutto è molto complesso e i frattali non sono molto complessi a parago-

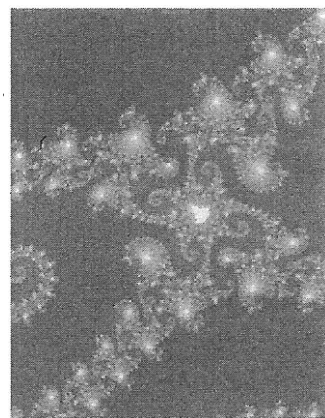
ne della «reale» complessità della natura. Ma tutti hanno esperienza di strutture frattali: alberi, cavolfiori eccetera. Ora, per ragioni sue proprie, la scienza al principio non si confrontò con l'irregolarità, ma innanzitutto con le cose semplici: suono, luce e altre. Perché ci si confrontasse con l'irregolarità era necessaria la matematica del Novecento: questa era davvero molto poco intuitiva e forse sotto condizioni molto strane; così la matematica si sviluppò naturalmente in contraddizione con l'esperienza. Al giorno d'oggi le forme di Euclide sono presenti continuamente nell'esperienza quotidiana, ma comunque molti non le amano. Non amano edifici che suggeriscono tubi o parallelepipedi, che sono più facili da costruire; alcuni, come la scuola del Bauhaus, affermavano che sono belli perché facili da costruire, il che io penso sia una sciocchezza. È un'idea molto strana semplificare gli edifici, perché in effetti gli edifici con cui la gente si sente a suo agio sono quelli molto complicati. Credo che gli uomini abbiano tratto dal loro stato primitivo la distinzione tra forme amichevoli, perché le hanno sempre viste, e forme non amichevoli: le forme della geometria di Euclide sono non amichevoli. Eccetto che per alcuni individui, tra cui anch'io: infatti da bambino trovavo Euclide trasparente e facile, e non ricordo di aver mai lottato con la geometria.

Bene, vent'anni fa cominciai ad accadere che i premi più importanti venivano sempre vinti da



studenti che si occupavano di frattali. Poi cominciarono a mandarmi articoli e suggerimenti, finché un giorno, un giorno critico della mia vita, venni invitato a tenere una relazione al convegno annuale dell'Associazione degli insegnanti di matematica delle scuole superiori. Alla fine mi fu chiesto di sedere a un grande tavolo di fronte all'ingresso dell'albergo dove si teneva il convegno, perché alcune persone mi volevano parlare. Un «migliaio» di insegnanti si misero in coda. La prima fu una donna grande, forte, tra i quaranta e i cinquant'anni, che disse: «Devo raccontarle la cosa più straordinaria mai accadutami. Non riesco ancora a crederci. C'era uno studente tredicenne - un bravo studente, ma niente di speciale - che stava eseguendo al computer un semplice programma di grafica. Io non gli prestavo particolare attenzione. Poi mi si accostò e disse: "Non ce la faccio più! Cos'è un numero complesso? Come moltiplicare i numeri complessi?" Mi poneva proprio tutte quelle domande che di solito dovevo piantargli in testa a martellate. Improvvisamente realizzai che, come dice il proverbio, non si acchiappano le mosche con l'aceto, ma con il miele.» Era emerso qualcosa che gli studenti amavano spontaneamente, perché era fantasioso e imprevedibile, aveva una selvatichezza in sé che certamente i cerchi e le ellissi non hanno: sono complicati ma domestici. Così, lei diceva di aver deciso di studiare qualcosa sui frattali. Poi venne un uomo nero,

magro come un filo, che mi raccontò esattamente la stessa storia! Quindi, per riassumere, nell'educazione alla matematica ci sono due tendenze principali. La prima è stata inventata dai Gesuiti alcuni secoli fa e consiste nell'insegnare la matematica nello stesso ordine in cui è stata scoperta: ma in questo modo è difficile che si possa andare molto al di là di Euclide. Poi venne la «Nuova Matematica», e la «Nuova Matematica» disse che tutto questo era spazzatura. *History is bunk*: la storia non importa, bisogna insegnare la matematica nel modo in cui i matematici brillanti la concepiscono oggi. Così i seguaci di Bourbaki tentavano di insegnare il vocabolario della moderna matematica fin dall'inizio, il che però è innaturale, perché la matematica si muove e la cosa più alla moda non è sempre la stessa. Così non potete cominciare a insegnare agli studenti cosa si sta facendo adesso, perché «cosa si sta facendo adesso» cambia in continuazione. Poi c'è un terzo movimento che non ha assolutamente un tipo di pensiero teoretico, dogmatico proveniente dai «grandi sacerdoti» o dalla «curia» di qualsiasi ministero dell'educazione, ma proviene da studenti e docenti. Ora, quando questo stava accadendo, la gente mi diceva: «Oh, va bene, tutto quel che è nuovo è bello, ma questo è bello perché è nuovo. Ma dopo che sarà diventato meno nuovo diventerà anche "ordinario", e così certamente annoierà perfino pensarci,



perché niente rimane nuovo.» Questa è pessima psicologia, perché la gente compra cose nuove perché «ama» le cose nuove. D'altra parte, i frattali non sono più nuovi, ormai esistono da venticinque anni: è un periodo molto lungo, è una generazione. E la generazione successiva è altrettanto entusiasta della precedente. Ed è anche un fatto indipendente dalla cultura, per larga parte: io ho trovato anche in Giappone e in Cina la stessa risposta. Così io non penso che sia più una mania. Un mio amico, oggi defunto, che era un grande pensatore disse che non è più una questione di moda, ma una questione di stile. Quanto a lungo durerà lo stile? Non lo so. Io me ne sarò andato prima che finisca, spero, ma nel caso del programma di insegnamento che abbiamo iniziato a Yale molta gente diceva: «Per un anno, per due anni, tutti lo troveranno molto divertente, ma poi scomparirà, come gli altri». Ma io sto andando avanti da dieci anni: per un programma che non è obbligatorio, dieci anni sono un'immensità.

Domanda finale. Cosa farà Benoît Mandelbrot nel prossimo futuro?

Innanzitutto, io ho settantotto anni. Perciò per molti standard sono un uomo vecchio e sono in ritiro - infatti mi sono ritirato dall'IBM - poi sono andato all'università dove sto ancora inse-

gnando. Ma per gli anni prossimi non so, non so nemmeno quanto a lungo vivrò. Una cosa è chiara, che quello che sto facendo adesso è sempre lo stesso: sono sempre avventuroso, sto sempre scrivendo articoli nei quali ho alcune pazzesche idee (la gente è sorpresa che possa dire qualcosa sull'argomento), le dimostro sotto un insieme di condizioni generali, incomplete e così via e l'effettiva prova matematica richiede a persone giovani e brillanti un durissimo carico di lavoro. Così sto scrivendo articoli, ma non da solo, con degli amici. La stessa cosa in fisica. La stessa cosa in economia. Sto scrivendo articoli che penso siano senza paragone, perché io comprendo la mia teoria meglio delle centinaia di persone che pure la seguono, ho un *background* migliore del loro, sono uno scienziato migliore perché ho molta esperienza, così posso fare cose che altri non fanno facilmente.

Una cosa nuova cui sto lavorando adesso sono le mie memorie. In un certo senso è un piacere perché ricordo ancora molto bene i dettagli, ho una buona memoria: così ho ripensato il mondo che ho visto, che è molto più complicato della maggior parte del mondo che hanno visto i miei amici.

Pochissime persone sono costrette dagli eventi o decidono spontaneamente di cambiare specializzazione a metà della loro vita; io invece ho cambiato il mio lavoro parec-