

LINEE SEMPLICI E INTRECCIATE

di Andrea Gorini*

L'esperienza didattica presentata nasce dal lavoro svolto in due classi prime di Scuola Media. Il percorso, che si articola in due fasi, una linguistica e una logica, non ha richiesto agli alunni alcuna conoscenza di geometria oltre quelle previste dal programma abitualmente svolto nella scuola elementare.

La fase linguistica

Il primo passo del lavoro è stata una riflessione, a partire dalle conoscenze dei ragazzi, sull'uso della parola «linea» nel linguaggio comune; in classe abbiamo elencato numerosi oggetti che vengono descritti con la parola linea o che a essa vengono associati: linea del tram, cavo elettrico, ruota della bicicletta, linea del telefono, linea aerea, profilo del marciapiede.

La sintesi del lavoro cui hanno attivamente contribuito tutti i ragazzi, è stata la definizione «sperimentale» di linea¹: un oggetto che ha, o di cui ci interessa, solo la lunghezza. È stato richiesto in questa fase ai ragazzi di precisare il «grado di approssimazione» con il quale un oggetto può essere associato alla parola linea. Per esempio, una strada viene trattata come una linea se rappresentata sulla fotografia aerea riportata dal libro di geografia, mentre non è trattata come tale quando si considera la via della scuola.

Distinguere le linee è stato il secondo passo: i ragazzi sono stati invitati a disegnare sulla lavagna e sui loro quaderni un certo numero di linee e a mettere in evidenza per quali caratteristiche fossero uguali e per quali fossero diverse. Si è dovuto talvolta intervenire per proporre linee diverse da quelle, spesso molto simili, che i ragazzi disegnavano. Abbiamo cercato, con l'apporto di tutti, di spiegare verbalmente le caratteristiche evidenziate in precedenza: il primo aspetto rilevato ha riguardato la

	Linea spezzata	Linea retta	Linea mista	Linea curva
Linea aperta semplice				
Linea aperta intrecciata				
Linea chiusa semplice				
Linea chiusa intrecciata				
Linea illimitata semplice				
Linea illimitata intrecciata				

forma della linea: retta, spezzata, curva o mista; siamo poi passati a considerare le proprietà globali della linea.

Abbiamo distinto innanzi tutto le linee aperte, ovvero linee che partono da un certo punto e arrivano in un altro, da quelle chiuse, linee che, se percorse completamente, ci riportano al punto di partenza; abbiamo quindi distinto le linee semplici da quelle intrecciate, caratterizzate queste ultime dal fatto che si incrociano, ovvero che passano almeno due volte per uno stesso punto.

Ogni nuova caratteristica rilevata è stata aggiunta alle precedenti. Se all'inizio le linee venivano indicate con un solo aggettivo (per esempio spezzata, curva o mista), sono state poi indicate con due aggettivi (spezzata aperta, mista chiusa), quindi con tre (spezzata aperta semplice, mista chiusa intrecciata).

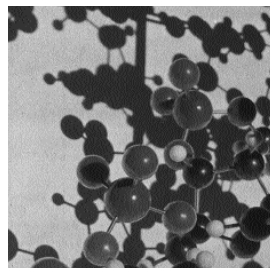
Ogni definizione è stata ricercata a partire dal bisogno di indicare con parole diverse linee dalle diverse caratteristiche ed è stata formalizzata a partire dalla discussione comune. In questa fase l'intervento dell'insegnante ha avuto un duplice scopo, da una parte indirizzare i ragazzi a scoprire le imperfezioni delle definizioni che proponevano, dall'altra raccogliere in una sintesi, da scrivere sul quaderno, il lavoro comune, una volta giunti a una descrizione precisa di ogni caratteristica.

La fase logica

A questo punto abbiamo incominciato a osservare l'effetto che ha una linea tracciata sul piano. La prima osservazione è stata la differenza tra una linea aperta e una linea chiusa: la prima non divide il piano, mentre la seconda individua una parte interna e limitata da una parte esterna illimitata. La seconda osservazione è stata l'irrilevanza della forma della linea sugli effetti che vengono a prodursi sul piano.

La terza osservazione è stata suggerita ai ragazzi che, fino a questo punto, avevano disegnato solo linee semplici, che sono appunto le più immediate da considerare; abbiamo disegnato una linea chiusa intrecciata (figura 1): abbiamo messo in evidenza la presenza di un punto comune a due parti limitate, che abbiamo indicato perciò con un nome nuovo, nodo, e abbiamo visto l'effetto della presenza di tale punto sul numero delle parti limitate del piano. Lo stesso lavoro è stato fatto con altre linee con un diverso numero di nodi, raccogliendo in una tabella i risultati delle osservazioni.

Si è fatto notare che una linea semplice può essere considerata come una linea con zero nodi; a questo punto abbiamo formulato la regola che mette in relazione il numero dei nodi e il numero delle parti limitate del piano che si vengono a formare: le parti



¹ Cfr.: R. Manara, *Le azioni del fare matematica: definire*, in: *Emmeciquadro* n. 3, settembre 1998.



fig. 1

limitate sono una più dei nodi. Giunti a un risultato considerato definitivo è stata loro proposta un'altra linea e sono stati invitati a descrivere che cosa ci fosse di strano: la risposta è stata che i conti non tornavano (figura 2).

Nella lezione successiva si è visto che il «trucco» sta nel fatto che in quella figura ci sono due nodi sovrapposti. A questo punto abbiamo osservato come fosse più efficiente contare le parti limitate per ricavare il numero dei nodi piuttosto che il procedimento inverso.

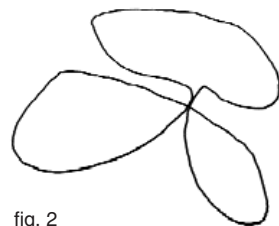


fig. 2

Il nuovo conteggio si articola in questo modo: per ogni punto di incrocio contiamo quante parti limitate convergono ad esso e diciamo che in quel punto ci sono tanti nodi sovrapposti quanti sono le parti limitate diminuite di uno. Nel caso delle linee delle figure precedenti abbiamo distinto nodo semplice e nodo doppio; in quanto fino ad ora descritto si sono prese in considerazione solo linee che si possono disegnare «con un unico tratto continuo» o che si possono realizzare con un solo pezzo di spago, senza tagliarlo, incollarlo o legarlo a altri tratti. Altre situazioni si possono ottenere togliendo queste limitazioni, ma non sono state proposte perché avrebbero prodotto situazioni troppo complesse che ci avrebbe portati lontano dallo scopo che ci si era proposti.

**Docente di matematica nella scuola media
Milano*

Avete perso i primi numeri di *emmeciquadro*?

Potete richiedere gli arretrati a

Ce.se.d.

via Boltraffio 21 - 20159 Milano

oppure via fax al numero 02 6880981